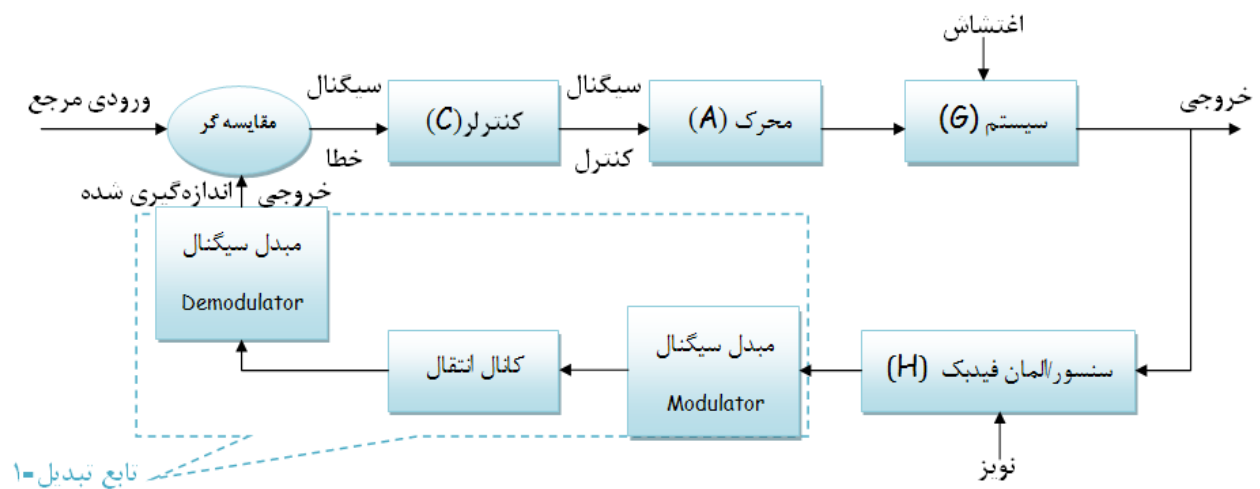


وزارت علوم تحقیقات و فناوری



دانشگاه صنعتی سجاد
غیردولتی-غیررئاستی

دستور کار آزمایشگاه سیستم‌های کنترل خطی



تهیه و تنظیم

مهندس امین نوری

فهرست مطالب

صفحه

پیش‌گفتار

آزمایش ۱: مدل‌سازی ریاضی سیستم‌های دینامیکی و تعریف سیستم‌ها در MATLAB	۱
آزمایش ۲: تحلیل پاسخ گذرا و پاسخ حالت ماندگار.....	۸
آزمایش ۳: بررسی اثر صفر و قطب در سیستم‌ها	۱۹
آزمایش ۴: مکان هندسی ریشه‌ها	۲۷
آزمایش ۵: طراحی سیستم‌های کنترل به روش مکان هندسی ریشه‌ها	۳۷
آزمایش ۶: پاسخ فرکانسی	۴۶
آزمایش ۷: طراحی سیستم‌های کنترل به روش تحلیل پاسخ فرکانسی	۵۸
آزمایش ۸: کنترلر PID	۶۴
آزمایش ۹: کنترل سطح مایع	۷۴
آزمایش ۱۰: سیستم توپ و تخته	۸۰
آزمایش ۱۱: پاندول معکوس	۸۶
آزمایش ۱۲: کنترل دوران هواپیما حول محور عرضی	۹۵
پیوست: جعبه ابزار sisotool	۱۰۳
مراجع	۱۱۲

((به نام خدا))

نگاهی به تاریخ بشر اهمیت روزافزون سیستم‌های کنترلی را نشان می‌دهد. کنترل بخش مهمی از صنعت امروزی می‌باشد. یکی از اولین کارها در زمینه کنترل خودکار، ناظم گریز از مرکز ساخته جیمز وات، برای کنترل سرعت ماشین بخار است کامپیوترهای دیجیتال نیز اکنون به خاطر ارزانی و کوچکی در سیستم‌های کنترل بسیار به کار برده می‌شوند. در این اثر تا جایی که امکان دارد سعی شده است تا تمام مطالب سرفصل درس سیستم‌های کنترل خطی پوشش داده شود. ضمن اینکه درک مناسبی نیز از نکاتی که در تجربه‌ی عملی ممکن است مورد نیاز باشد بدست آید. همچنین سعی شده است مطالب پیش زمینه در قسمت تئوری آزمایش گنجانده شود.

چند آزمایش اول این دستورکار اختصاص به تحلیل و آنالیز سیستم‌های کنترلی دارد پس از آن دانشجویان با طراحی کنترلر برای سیستم‌های کنترل خطی به کمک نرم افزار MATLAB آشنا می‌شوند و سپس با بررسی رفتار سیستم گوی معلق به طراحی کنترل کننده با تکنیک‌های مختلف برای این سیستم می‌پردازند. انتهای این دستور کار نیز به تحلیل و طراحی کنترلر برای چند سیستم عملی اختصاص داده شده است. برای درک بهتر پاسخ فیزیکی سیستم‌های کنترلی مذکور که در انتهای دستورکار آورده شده‌اند واسطه‌های گرافیک کاربر برای دانشجویان فراهم شده است.

انتظار می‌رود دانشجویان قبل از انجام هر آزمایش مطالب تئوری مربوط به آن آزمایش را مطالعه کنند و تمرین‌های اولیه هر آزمایش را نیز انجام دهند. رعایت نظم و قوانین آزمایشگاه و حضور به موقع، نکته دیگری است که می‌تواند به استفاده مفید از جلسات آزمایشگاه کمک نماید. رعایت مطالبی که در بخش صفحه اینترنتی آزمایشگاه موجود است جهت بهره‌برداری بهتر از آزمایش‌ها لازم و ضروری است، لذا توصیه می‌شود پیش از شروع آزمایش‌ها، مطالب صفحه اینترنتی آزمایشگاه را مطالعه نمایید.

امیدوارم دانشجویان و همکاران گرامی هرگونه کوتاهی یا ایرادی را که در این دستور کار از دید اینجانب پنهان مانده یادآوری کنند. امید است دانشجویان با گذراندن این آزمایشگاه درک مناسبی از مطالب کنترلی بدست آورند.

امین نوری

بهار ۱۳۹۰

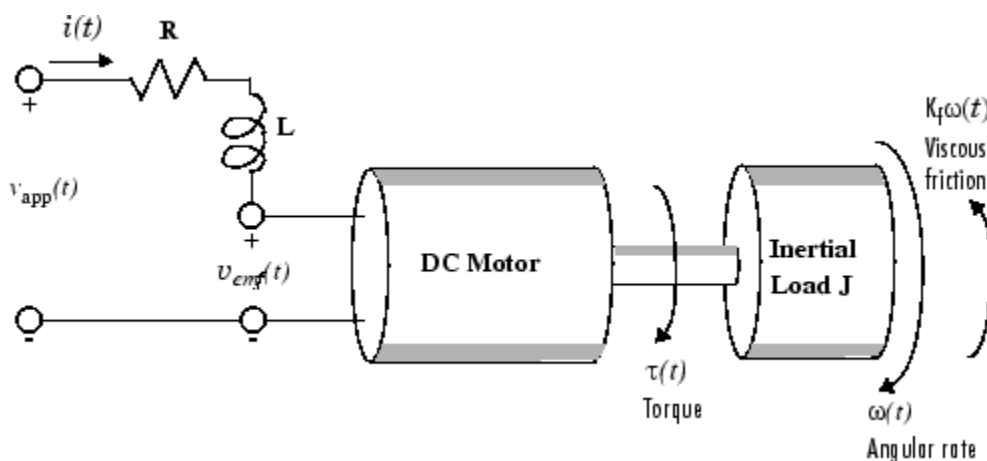
آزمایش ۱: مدلسازی ریاضی سیستم های دینامیکی، تعریف سیستم‌ها و ساده‌سازی آنها در MATLAB

هدف آزمایش: در این آزمایش دانشجو با تعریف سیستم ها به طرق مختلف، ساده سازی سیستم‌ها و تبدیل مدل ها به یکدیگر در MATLAB آشنا می‌شود و همچنین با مدل ساده شده موتور DC و خصوصیات این مدل آشنا می‌شود.

تئوری آزمایش: مدل ریاضی سیستم های دینامیکی یک مجموعه معادله است که رفتار دینامیکی سیستم را به خوبی نمایش می‌دهد. توجه کنید که مدل ریاضی برای یک سیستم معین یکتا نیست. رفتار دینامیکی سیستم هایی مانند سیستم های مکانیکی، الکترونیکی، حرارتی، اقتصادی، زیست شناسی و ... را می توان بر حسب معادلات دیفرانسیل توصیف کرد. در کنترل خطی فرض بر این است که اصل علیت بر سیستم های مورد نظر حاکم است یعنی خروجی فعلی سیستم به ورودی های گذشته سیستم بستگی دارد و به ورودی های بعدی سیستم بستگی ندارد.

مدل های ریاضی شکل های متفاوتی دارند این که برای یک سیستم چه مدلی مناسب است به خود سیستم و وضعیت های جنبی بستگی دارد مثلا در مسایل مربوط به کنترل بهینه استفاده از نمایش فضای حالت مفیدتر است. ولی برای تحلیل پاسخ گذرا یا پاسخ فرکانسی یک سیستم خطی مستقل از زمان یک ورودی یک خروجی نمایش تابع تبدیل می تواند مناسب ترین راه باشد در یافتن مدل ریاضی باید مصالحه ای بین سادگی مدل و دقت نتایج تحلیل صورت پذیرد. در مواردی که مدل ریاضی خطاهای فاحشی دارد باید نظریه کنترل رباست را به کار برد.

به عنوان مثال موتور DC زیر را در نظر بگیرید:



شکل ۱. مدل موتور DC

در این مدل دینامیک های موتور به صورت ایده آل در نظر گرفته شدند به عنوان مثال میدان مغناطیسی ثابت فرض شده است. مقاومت مدار با R و اندوکتانس آرمیچر با L نشان داده شده است. برای مدلسازی سیستم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

گشتاور τ که در قسمت شفت موتور دیده می‌شود متناسب با جریان i می‌باشد

$$\tau(t) = k_m i(t)$$

k_m ثابت آرمیچر می‌باشد که متناسب با خواص فیزیکی موتور مانند نیروی میدان مغناطیسی، تعداد دورسیم پیچ های کشیده شده در اطراف هسته و ... می‌باشد. نیروی الکتروموتوری القاء شده، v_{emf} ، ولتاژی متناسب با ω می‌باشد

$$v_{emf}(t) = k_b \omega(t)$$

که k_b ثابت emf می‌باشد که به بعضی از خواص فیزیکی مشخص موتور نیز بستگی دارد. معادلات قسمت مکانیکی موتور با استفاده از قوانین نیوتن بدست می‌آید که بیان می‌کند بار لختی J ضرب در مشتق ω برابر با جمع تمام گشتاورهای شفت موتور می‌باشد، نتیجه معادله روبرو می‌باشد.

$$J \frac{d\omega}{dt} = \sum \tau_i = -k_f \omega(t) + k_m i(t)$$

که $k_f \omega$ تقریب خطی اصطکاک می‌باشد. در نهایت رابطه قسمت الکتریکی موتور به صورت زیر می‌باشد.

$$v_{app}(t) - v_{emf}(t) = L \frac{di}{dt} + Ri(t) \quad \Rightarrow \quad v_{app}(t) = L \frac{di}{dt} + Ri(t) + k_b \omega(t)$$

این دنباله از معادلات در نهایت به دو معادله دیفرانسیل که رفتار موتور را شرح می‌دهد ختم می‌شود.

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}i(t) - \frac{k_b}{L}\omega(t) + \frac{1}{L}v_{app}(t) \quad (1)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{1}{J}k_f\omega(t) + \frac{1}{J}k_m i(t) \quad (2)$$

تابع تبدیل^۱. تابع تبدیل یک معادله دیفرانسیل خطی مستقل از زمان، طبق تعریف نسبت تبدیل لاپلاس خروجی (تابع پاسخ) به تبدیل لاپلاس ورودی (تابع تحریک) است، به شرطی که تمام شرایط اولیه صفر باشد.

تعریف تابع تبدیل در MATLAB.

۱. بردار ضرایب صورت و مخرج را تعریف کرده و سپس به کمک دستور tf تابع تبدیل را تعریف می‌کنیم به عنوان مثال تابع

تبدیل $sys = \frac{s^2+1}{s^3+4s^2+5s+1}$ را در نظر بگیرید، به دو روش زیر می‌توان تابع تبدیل را تعریف کرد:

- $num=[1 \ 0 \ 1]; den=[1 \ 4 \ 5 \ 1]; sys=tf(num,den)$
- $sys=tf([1 \ 0 \ 1], [1 \ 4 \ 5 \ 1])$

¹ Transfer function

۲. ابتدا به کمک دستور $s = \text{tf}('s')$ متغیر لاپلاس s را تعریف می‌کنیم و سپس تابع تبدیل را مستقیماً می‌نویسیم. به عنوان مثال همان تابع تبدیل بالا را در نظر بگیرید، داریم:

- $s = \text{tf}('s'); \text{sys} = (s^2 + 1) / (s^3 + 4s^2 + 5s + 1)$

۳. اگر تابع تبدیل را بخواهیم به فرمت صفر-قطب-بهره^۱ نشان دهیم از دستور zpk استفاده می‌کنیم بدین صورت که در یک متغیر صفرها (مانند z)، در یک متغیر قطب‌ها (مانند p)، و در نهایت در متغیر دیگر بهره (مانند k) را تعریف می‌کنیم و سپس به کمک دستور $\text{zpk}(z, p, k)$ تابع تبدیل را بدست می‌آوریم به عنوان مثال تابع تبدیل $G(s) = \frac{s}{(s+1)^2}$ را در نظر بگیرید، به دو روش زیر می‌توان تابع تبدیل را تعریف کرد:

- $z = [0]; p = [-1 -1]; k = [1]; G = \text{zpk}(z, p, k)$
- $G = \text{zpk}([0], [-1 -1], [1]);$

۴. برای تعریف تابع تبدیل یک سیستم زمان گسسته با زمان نمونه‌برداری T_s به صورت زیر عمل می‌کنیم:

- $\text{sys} = \text{tf}(\text{num}, \text{den}, T_s)$

۵. برای تعریف تابع تبدیل یک سیستم زمان گسسته با زمان نمونه‌برداری T_s ، ابتدا $z = \text{tf}('z', T_s)$ را تعریف کرده سپس تابع تبدیل را مستقیماً می‌نویسیم. به عنوان مثال تابع تبدیل $G(z) = z / (z^2 - 2z - 6)$ را در نظر بگیرید، داریم:

- $z = \text{tf}('z', 0.1); G = z / (z^2 - 2z - 6);$

۶. برای تعریف توابع تبدیل به همراه زمان تاخیر می‌توان تاخیر را هم برای کانال ورودی، هم برای کانال خروجی و هم تاخیر داخلی سیستم در نظر گرفت. برای تولید تابع تبدیل به همراه زمان تاخیر، ویژگی 'iodelay' مدل را مشخص می‌کنیم به عنوان مثال تابع تبدیل $G = e^{-0.1s} \frac{s+1}{s^2+3s+5}$ را می‌خواهیم تعریف کنیم:

- $G = \text{tf}([1 \ 1], [1 \ 3 \ 5]); G.\text{iodelay} = 0.1$

۷. برای تعریف توابع تبدیل به همراه زمان تاخیر، می‌توان به روش زیر نیز عمل کرد:

- $G = \text{tf}([1 \ 1], [1 \ 3 \ 5], 'iodelay', 0.1)$

فضای حالت^۲. روند نوین در مهندسی سیستم‌ها به سمت پیچیدگی بیشتر است، علت اصلی این امر لزوم انجام کارهای پیچیده و دقت بیشتر است. سیستم‌های پیچیده می‌توانند چند ورودی و چند خروجی داشته، متغیر با زمان باشند. به خاطر لزوم بر آوردن قیدهای سخت‌تر بر عملکرد سیستم‌های کنترل، افزایش پیچیدگی و سهولت دسترسی به کامپیوترها، رهیافت جدیدی در تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل پیچیده پیش گرفته شد که نظریه کنترل مدرن نام گرفت این رهیافت جدید بر مفهوم حالت بنا نهاده شده است. توجه به این نکته ضروری است که نظریه کنترل مدرن اساساً یک رهیافت حوزه زمان است، حال آنکه نظریه کنترل کلاسیک رهیافت حوزه فرکانس دارد.

برای سیستم‌های خطی مستقل از زمان فرم معادلات حالت به شکل زیر می‌باشد:

¹ Zero-pole-gain

² State space

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

که x بردار حالت، u و y بردارهای ورودی و خروجی و A, B, C, D ماتریس‌های فضای حالت می‌باشند.

تعریف سیستمها در فضای حالت به کمک MATLAB.

۱. کفایت چهار ماتریس A, B, C, D را تعریف کرده و سپس از دستور $sys=ss(A,B,C,D)$ استفاده کرد.
۲. برای تعریف سیستمها در فضای حالت به همراه تاخیر، با توجه به اینکه سه نوع تاخیر ورودی^۱، خروجی^۲ و تاخیر داخلی^۳ را می‌توان تعریف کرد می‌توان سیستم را به صورت زیر تعریف کرد:

$$sys = ss(A,B,C,D,'InputDelay',t_d);$$

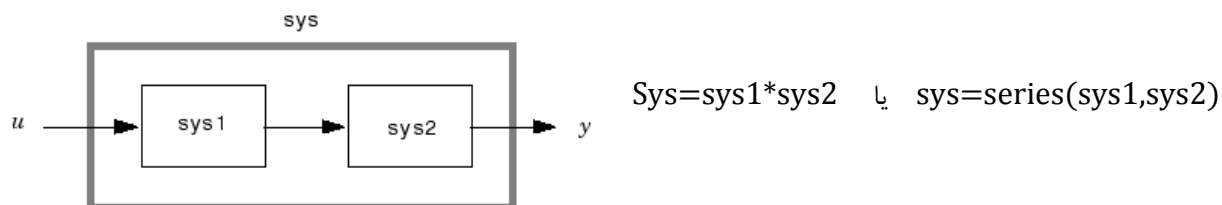
که t_d زمان تاخیر بر حسب ثانیه می‌باشد. به جای تاخیر ورودی می‌توان از الفاظ تاخیر خروجی و یا تاخیر داخلی نیز استفاده کرد.

تبدیل مدلها به یکدیگر در MATLAB. برای تبدیل مدلها به یکدیگر کفایت از دستورات tf, zpk, ss استفاده کنیم. به عنوان مثال فرض کنید مدل سیستمی را در فضای حالت دارید برای به دست آوردن تابع تبدیل آن سیستم می‌بایست از دستور tf استفاده نمایید. از دستورات $tf2ss, ss2tf, tf2zpk$ و نیز می‌توان استفاده نمود ولی باید توجه داشت در آرگومان ورودی نمی‌توان خود سیستم را تعریف کرد بلکه مثلاً اگر فرم tf سیستم را داریم باید بردار ضرایب صورت و مخرج را به عنوان آرگومان‌های ورودی تعریف نماییم و مثلاً اگر فرم ss سیستم را می‌خواهیم آرگومان‌های خروجی عبارتند از A, B, C, D . یعنی:

$$[A,B,C,D]=tf2ss(num,den)$$

اتصال سیستمها به یکدیگر و بدست آوردن سیستم معادل:

۱. برای یافتن معادل دو سیستم سری می‌توان از عملگر ضرب یا دستور $series$ استفاده کرد.

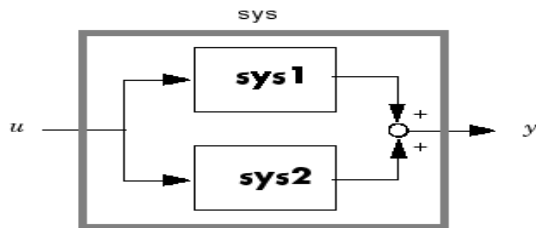


۲. برای یافتن معادل دو سیستم موازی می‌توان از عملگرهای جمع/تفریق یا دستور $parallel$ استفاده کرد.

¹ Input Delay

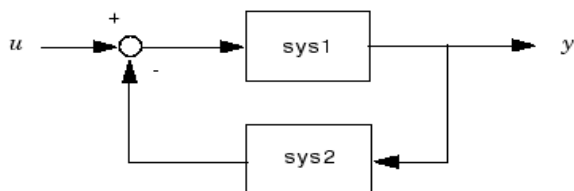
² Output Delay

³ Internal Delay



$$\text{Sys} = \text{sys1} + \text{sys2} \quad \text{یا} \quad \text{sys} = \text{parallel}(\text{sys1}, \text{sys2})$$

۳. برای یافتن معادل دو سیستم فیدبک شده می‌توان از دستور `feedback` استفاده نمود.



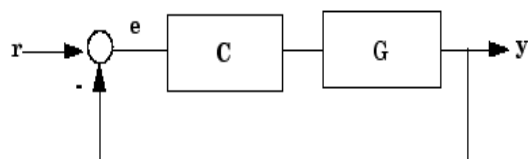
$$\text{Sys} = \text{feedback}(\text{sys1}, \text{sys2})$$

اگر سیستم دارای فیدبک مثبت باشد می‌توان از دستور `robo` استفاده کرد. $\text{sys} = \text{feedback}(\text{sys1}, \text{sys2}, +1)$

۴. برای سیستم‌های پیچیده‌تر می‌بایست از دستور `connect` استفاده نمود. برای استفاده از این دستور ابتدا ورودی و خروجی هر بلوک را نامگذاری می‌کنیم، بلوکهای جمع کننده و سیگنال‌های ورودی و خروجی به آن را به کمک دستور `sumblk` تعریف می‌کنیم و سپس از دستور `connect` مطابق زیر استفاده می‌کنیم

(خروجی‌ها، ورودی‌ها، ...، سیستم ۲، سیستم ۱) = `connect` سیستم

به عنوان مثال سیستم زیر را در نظر بگیرید.



```
C.InputName = 'e'; C.OutputName = 'u';
G.InputName = 'u'; G.OutputName = 'y';
Sum = sumblk('e','r','y','+-');
Close_loop = connect(G,C,Sum,'r','y')
```

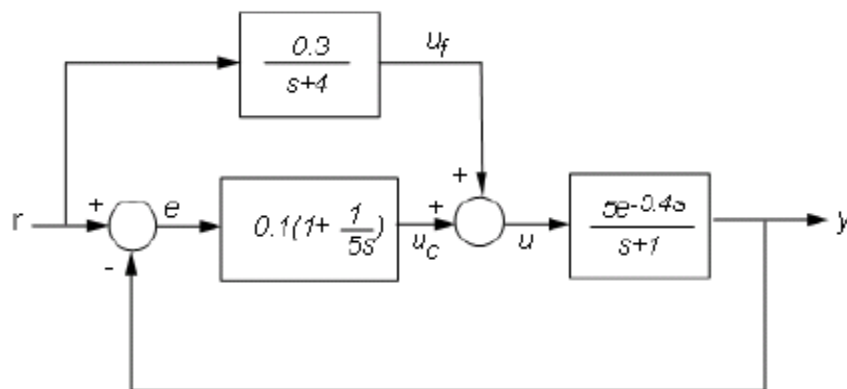
مراحل انجام آزمایش:

A. برای مدل موتور DC که روابط آن در قسمت تئوری آزمایش بیان گردید. معادلات فضای حالت را نوشته و سپس مقادیر زیر را برای پارامترهای سیستم در نظر گرفته و سپس سیستم را در MATLAB تعریف کنید.

$$R = 2.0 \text{ Ohms}, L = 0.5 \text{ Henrys}, K_m = .015, K_b = .015, K_f = 0.2 \text{ Nms}, J = 0.02 \text{ kg.m}^2$$

B. برای موتور DC تابع تبدیل سیستم را در MATLAB تعریف کنید و سپس مدل صفر-قطب-بهره را با توجه به دستوراتی که برای تبدیل مدل‌ها به یکدیگر بیان شد بدست آورید.

- C. برای مدل موتور DC تعریف شده صفرها و قطب‌های سیستم را به کمک دستورات (نام مدل) zero و (نام مدل) pole بدست آورید و با مدل صفر-قطب-بهره بدست آمده در بخش قبل مقایسه نمایید. سپس با استفاده از دستور (نام مدل) pzmap قطب‌ها و صفرهای سیستم را رسم نمایید. در نهایت به کمک دستور (نام مدل) dcgain بهره dc سیستم را بدست آورید.
- D. دستورات (نام مدل) issiso، (نام مدل) isstable، (نام مدل) damp و (نام مدل) isproper را برای سیستم موتور DC استفاده کنید و نتایج خود را بیان کنید.
- E. برای سیستم زیر تابع تبدیل حلقه بسته معادل را به کمک دستوراتی که می‌شناسید، در MATLAB بدست آورید.

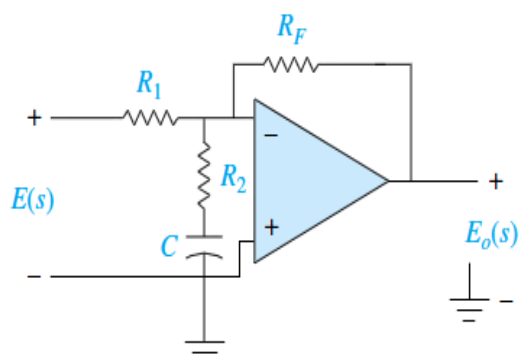


شکل ۲. سیستم کنترلی

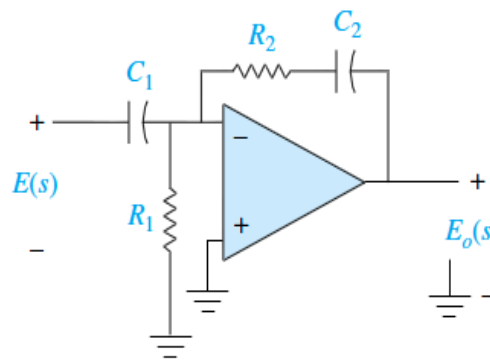
- F. برای سیستم حلقه بسته بدست آمده در بخش قبل، ماتریس‌های فضای حالت را بدست آورید.

تمرین:

۱. تابع تبدیل $E_o(s)/E(s)$ سیستم‌های زیر را بدست آورید و سپس در MATLAB تعریف کرده و دستوراتی که در مراحل انجام آزمایش به کار رفته شد را برای سیستم‌های زیر نیز به کار ببرید و خصوصیات سیستم‌ها را بدست آورید.



(ب)



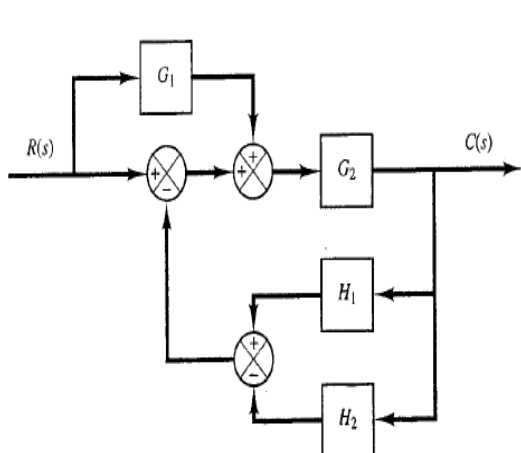
(الف)

۲. سیستم‌ها را در MATLAB می‌توان به کمک دستور frd نیز تعریف نمود با یک مثال نحوه‌ی استفاده از این دستور را نشان دهید.

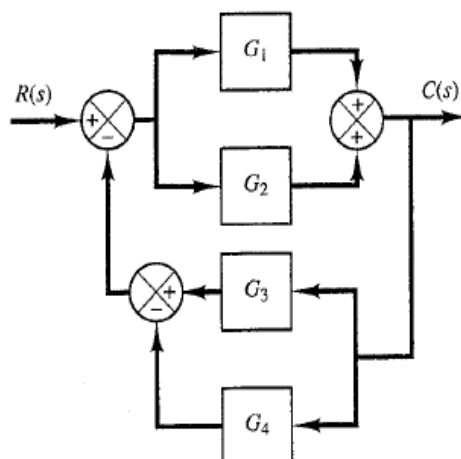
۳. سیستم‌های کنترلی شکل زیر را به کمک دستوراتی که می‌شناسید ساده کرده و تابع تبدیل حلقه بسته را بدست آورید. برای توابع تبدیل موجود در شکل‌ها فرض‌های زیر را انجام دهید. سپس به کمک دستوراتی که در این آزمایش بیان گردید مشخصات سیستم را بدست آورید.

$$G_1 = \frac{1}{s+1}, \quad G_2 = \frac{10}{0.1s+1}, \quad G_3 = \frac{10}{20s+1}, \quad G_4 = \frac{s+5}{s^2+4s+25}$$

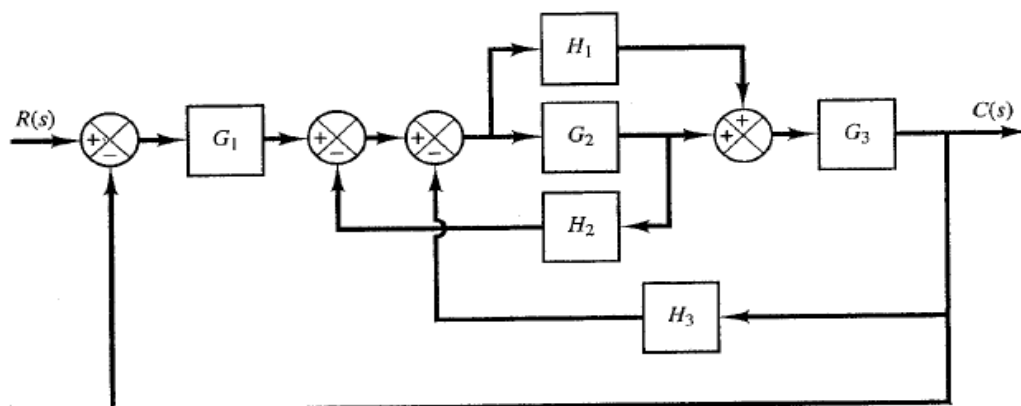
$$H_1(s) = \frac{1}{s}, \quad H_2(s) = \frac{s}{s+3}, \quad H_3(s) = \frac{s}{s^2+3s+25}$$



(ب)



(الف)



(ج)

آزمایش ۲: تحلیل پاسخ گذرا و پاسخ حالت ماندگار

هدف آزمایش: در این آزمایش دانشجو با رفتار پاسخ زمانی سیستم ها و نحوه بدست آوردن پاسخ زمانی سیستم ها در MATLAB آشنا می شود. همچنین انتظار می رود دانشجویان با جعبه ابزار ¹ LTI Viewer و نحوه کار با این جعبه ابزار آشنا شوند.

تئوری آزمایش: در تحلیل و طراحی سیستم های کنترلی باید مبنایی برای مقایسه عملکرد سیستم های کنترلی مختلف داشته باشیم. این مبنا را می توان با مشخص کردن سیگنال های آزمون خاص و مقایسه پاسخ سیستم های مختلف به این سیگنال های ورودی ایجاد کرد. استفاده از سیگنال های آزمون را می توان چنین توجیه کرد که بین مشخصات پاسخ یک سیستم به یک سیگنال آزمون نوعی و توانایی سیستم در تطبیق با سیگنال های ورودی واقعی، همبستگی وجود دارد. سیگنال های آزمون نوعی که معمولاً به کار می روند عبارتند از: تابع پله ای، تابع شیب، تابع شتاب، تابع ضربه، تابع سینوسی و توابع مشابه آن ها. با این سیگنال های آزمون تحلیل های ریاضی و تجربی سیستم های کنترل به سادگی انجام می گیرد زیرا این سیگنال ها توابع بسیار ساده ای از زمان هستند. این که کدام سیگنال آزمون نوعی را باید برای تحلیل مشخصات یک سیستم به کار برد، با توجه به ورودی که معمولاً در شرایط عادی کار سیستم به آن وارد می شود تعیین می شود. به عنوان مثال اگر ورودی یک سیستم کنترل تابعی باشد که به تدریج تغییر می کند، تابع شیب سیگنال آزمون مناسبی است.

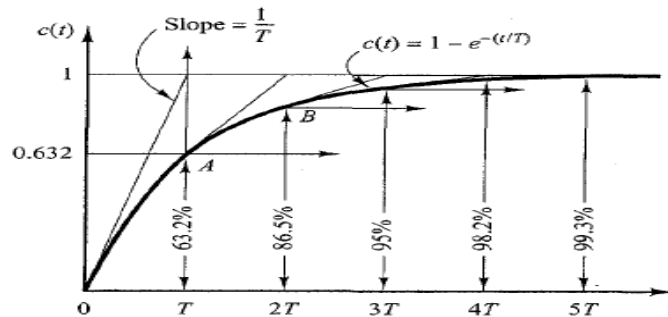
پاسخ زمانی یک سیستم کنترل از دو بخش تشکیل می شود: پاسخ گذرا و پاسخ ماندگار. منظور از پاسخ گذرا عبور از حالت ابتدایی و رسیدن به حالت نهایی است. منظور از پاسخ حالت ماندگار، چگونگی رفتار خروجی سیستم به ازای $t \rightarrow \infty$ است.

$$c(t) = c_{tr}(t) + c_{ss}(t)$$

پاسخ حالت گذرای سیستم وابسته به محل قرارگیری قطب های غالب سیستم و پاسخ حالت ماندگار سیستم وابسته به نوع ورودی سیستم می باشد.

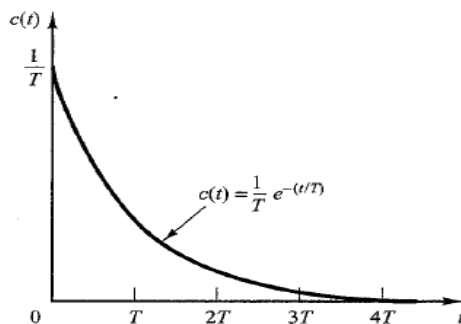
سیستم مرتبه یک. در سیستم مرتبه یک رابطه ورودی-خروجی به صورت $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k'}{Ts+1} = \frac{k}{s+a}$ می باشد. این سیستم یک قطب ساده در $s=-a$ دارد پاسخ به ورودی پله واحد به صورت $c(t) = k'(1 - e^{-t/T})$ یا $c(t) = k(1 - e^{-at})$ خواهد بود. ثابت زمانی T مدت زمانی است که خروجی به 63.2% مقدار نهایی خود می رسد. مقدار نهایی خروجی k' است. شکل ۱ منحنی پاسخ نمایی $c(t)$ بآء $k'=1$ را نشان می دهد. بعد از چهار ثابت زمانی ($4T$) مقدار خروجی کمتر از ۲٪ با مقدار نهایی و بعد از پنج ثابت زمانی کمتر از ۰.۷٪ با مقدار نهایی تفاوت دارد این مدت را زمان نشست t_s می نامند.

¹ Toolbox

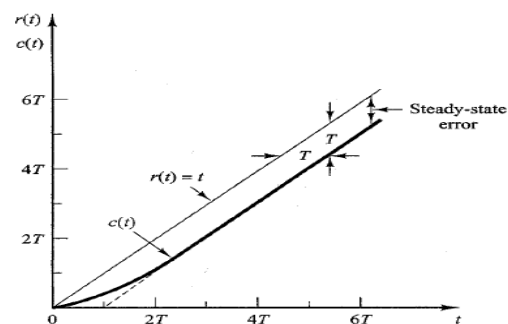


شکل ۱. پاسخ پله سیستم مرتبه یک

پاسخ به ورودی شیب واحد به صورت $c(t) = k'(t - T + Te^{-t/T})$ می‌باشد و پاسخ به ورودی ضربه به صورت $c(t) = k'(\frac{1}{T}e^{-t/T})$ می‌باشد. شکل‌های ۲ و ۳ پاسخ به ورودی شیب واحد و ضربه واحد را با $k'=1$ نشان می‌دهند.

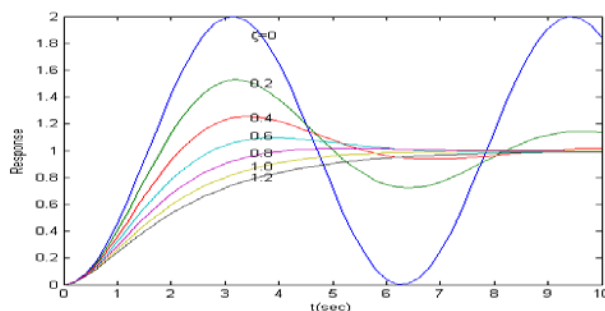


شکل ۳. پاسخ به ورودی ضربه واحد



شکل ۲. پاسخ به ورودی شیب واحد

سیستم مرتبه دو. شکل استاندارد تابع تبدیل سیستم حلقه بسته مرتبه دو به صورت $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ که در آن ω_n فرکانس طبیعی نامیرا؛ ζ نسبت میرایی سیستم؛ و $\omega_n \zeta = \sigma$ تضعیف سیستم یا ضریب میرایی سیستم نامیده می‌شود. پاسخ به ورودی پله برای سیستم مرتبه دوم با توجه به مقدار ζ متفاوت می‌باشد. (در آزمایش بعد اثرات تغییر ζ و ω_n مورد بررسی قرار خواهد گرفت). پاسخ به ورودی پله برای سیستم‌های مرتبه دو با توجه به تغییرات ζ به صورت شکل ۴ می‌باشد.

شکل ۴. منحنی‌های پاسخ پله توجه به تغییرات ζ

پارامترهای حالت‌گذرا برای سیستم‌های مرتبه ۲ به صورت زیر تعریف می‌شود:

- **زمان تاخیر (t_d):** زمانی که طول می‌کشد تا پاسخ برای بار اول به نصف مقدار نهایی‌اش برسد.
- **زمان صعود (t_r):** زمانی که طول می‌کشد تا پاسخ از ۱۰٪ به ۹۰٪، یا از ۵٪ به ۹۵٪، یا از ۰٪ به ۱۰۰٪ مقدار نهایی‌اش برسد.
- **زمان اوج (t_p):** زمان لازم برای رسیدن پاسخ به اولین اوج فراجاهش است. زمان اوج با نصف زمان تناوب فرکانس نوسان میرا متناظر است.
- **ماکزیمم فراجاهش (M_p):** مقدار اوج فراجاهش است که نسبت به مقدار یک اندازه‌گیری می‌شود.

$$M_p = e^{-\left(\frac{\sigma}{\omega_d}\right)\pi} = e^{-\pi \cot \theta}$$

$$M_p = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)}$$

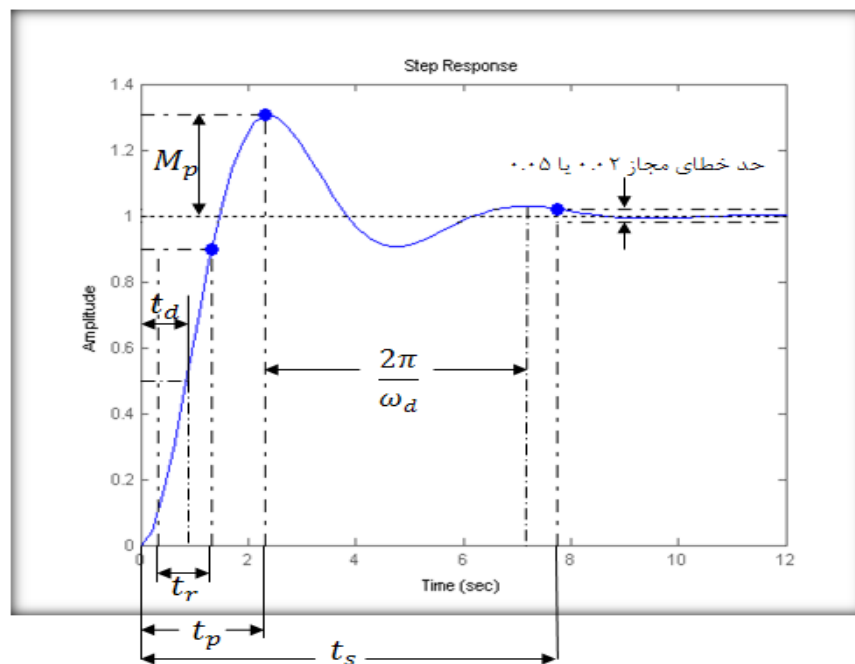
اگر مقدار نهایی خروجی ($c(\infty)$) یک نباشد داریم:

- **زمان نشست (t_s):** زمانی که طول می‌کشد تا منحنی پاسخ به بازه‌ی معینی حول مقدار نهایی‌اش برسد و در آن بازه

بماند. این بازه معمولاً برحسب درصد مطلق از مقدار نهایی ($\pm a\%$) بیان می‌شود.

$$t_s = \frac{1}{\zeta \omega_n} \ln \left(\frac{100}{a \sqrt{1 - \zeta^2}} \right) \rightarrow t_s = \begin{cases} \frac{4}{\zeta \omega_n} & a = 2 \\ \frac{3}{\zeta \omega_n} & a = 5 \end{cases}$$

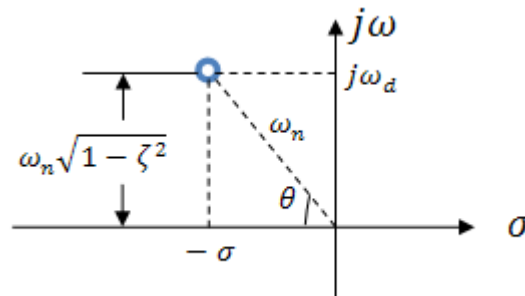
شکل ۵ نمودار پاسخ پله یک سیستم نوعی را به همراه پارامترهای بیان شده نشان می‌دهد.



شکل ۵. نمودار پاسخ پله یک سیستم نوعی به همراه پارامترهای حالت گذرا

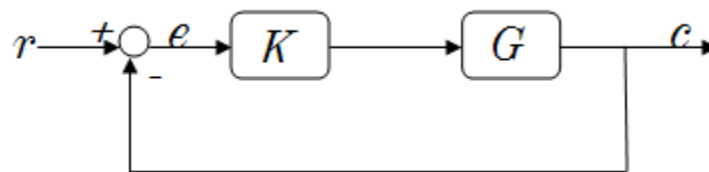
برای بدست آوردن زمان قله های متفاوت می توانیم از فرمول $t = \frac{n\pi}{\omega_d}$ استفاده کنیم به عنوان مثال اگر $n=1$ باشد آنگاه t_p را داریم. در تمامی فرمولهای فوق θ به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\cos \theta = \zeta$$



شکل ۶. تعریف زاویه θ

خطای حالت ماندگار در سیستم های کنترلی. خطای حالت ماندگار می‌تواند ناشی از عوامل مختلفی باشد ولی در کنترل خطی خطاهای حالت ماندگاری بررسی می‌شود که از عدم قابلیت سیستم در دنبال کردن بعضی ورودی ها ناشی می‌شود. توجه به این نکته مهم می‌باشد که خطای حالت ماندگار برای سیستم های پایدار تعریف می‌شود. سیستم کنترلی شکل ۷ را در نظر بگیرید سیگنال خطا همانطور که در شکل نیز نشان داده شده است، e می‌باشد



شکل ۷. سیستم کنترلی و سیگنال خطا

همانطور که در شکل دیده می‌شود سیگنال خطا $(e(t)=r(t)-c(t))$ می‌باشد و تابع تبدیل حلقه باز سیستم به صورت زیر می‌باشد

$$G(s)K(s) = \frac{k(1 + T_1s)(1 + T_2s) \dots (1 + T_ms)}{s^j(1 + T_{d1}s)(1 + T_{d2}s) \dots (1 + T_{dn}s)} e^{-T_d s}$$

در سیستم بالا اگر $j=0$ باشد نوع سیستم صفر؛ اگر $j=1$ نوع سیستم یک و می باشد برای آوردن خطای حالت ماندگار

$$T(s) = \frac{G(s)K(s)}{1+G(s)K(s)} \quad (e_{ss}) \text{ ابتدا تابع تبدیل حلقه بسته را بدست می‌آوریم}$$

همانطور که دیده می‌شود سیگنال خطای $E(s)$ تفاوت ورودی و خروجی سیستم می‌باشد بنابراین داریم:

$$E(s) = R(s) - T(s)R(s) = \frac{1}{1 + G(s)K(s)} R(s)$$

بنابراین داریم:

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s(R(s) - T(s)R(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)K(s)} R(s)$$

اگر ورودی پله $r(t) = Ru(t)$ به سیستم اعمال کنیم داریم:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)K(s)} \frac{R}{s} = \frac{R}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)K(s)} = \frac{R}{1 + K_p}$$

که K_p ثابت موقعیت می‌باشد. اگر ورودی شیب $r(t) = Rtu(t)$ به سیستم اعمال کنیم داریم:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)K(s)} \frac{R}{s^2} = \frac{R}{0 + \lim_{s \rightarrow 0} sG(s)K(s)} = \frac{R}{K_v}$$

که K_v ثابت سرعت می‌باشد. اگر ورودی شتاب $r(t) = \frac{Rt^2}{2}u(t)$ به سیستم اعمال کنیم داریم:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)K(s)} \frac{R}{s^3} = \frac{R}{0 + \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s)K(s)} = \frac{R}{K_a}$$

که K_a ثابت شتاب می‌باشد. مطالب فوق در مورد خطای حالت ماندگار را می‌توان در جدول ۱ جمع‌بندی نمود.

نوع سیستم	ورودی	پله $r(t) = Ru(t)$	شیب $r(t) = Rtu(t)$	سهمی $r(t) = \frac{Rt^2}{2}u(t)$
صفر		$e_{ss} = \frac{R}{1+K_p}$	∞	∞
یک		0	$e_{ss} = \frac{R}{K_v}$	∞
دو		0	0	$e_{ss} = \frac{R}{K_a}$

جدول ۱. خطای حالت ماندگار

توجه به این نکته فوق العاده مهم می‌باشد که نوع سیستم از روی تابع تبدیل حلقه باز تعیین می‌شود.

تمرین‌های اولیه:

۱. سیستم مرتبه دو استاندارد با $\zeta = 0.6$ و $\omega_n = 5 \text{ rad/sec}$ در نظر بگیرید. پارامترهای حالت گذرا و خطا به

ورودی‌های پله و شیب را برای سیستم فوق بدست آورید.

۲. بی‌هوشی به معنای فلج ماهیچه و عدم وجود هوشیاری در مریض می باشد. آزادی ماهیچه بوسیله سیگنال های

الکترومایوگرام اعصاب دست قابل نشان دادن می باشد و عدم هوشیاری نیز به کمک فشار بطنی قلب قابل اندازه گیری

است. داروی بی هوشی مخلوطی از ایزوفلوران^۱ و آتراکوریوم^۲ می‌باشد مدل تقریبی مرتبط با آزادی ماهیچه نسبت به درصد داروی ایزوفلوران در مخلوط ایزوفلوران و آتراکوریوم به صورت زیر است:

$$\frac{p(s)}{u(s)} = \frac{7.63 * 10^{-2}}{s^2 + 1.15s + 0.28}$$

- نسبت میرایی و فرکانس طبیعی سیستم فوق را بدست آورید.
- تمام پارامترهای حالت گذرا برای سیستم فوق را بدست آورید.

مراحل انجام آزمایش:

A. سیستم مرتبه اول $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{T_s + 1}$ را در نظر بگیرید. می خواهیم اثر تغییر ثابت زمانی بر روی پاسخ پله سیستم را مشاهده کنیم بدین منظور برای T مقادیر ۰.۱، ۱ و ۵ را در نظر می گیریم کدهای زیر را در MATLAB نوشته و نتیجه خود را بیان کنید. (برای رسم پاسخ پله سیستم از دستور step استفاده شده است).

```
num=[1];
den1=[0.1 1];
g1=tf(num,den1)
step(g1)
hold on
den2=[1 1];
g2=tf(num,den2)
step(g2)
den3=[5 1];
g3=tf(num,den3)
step(g3)
```

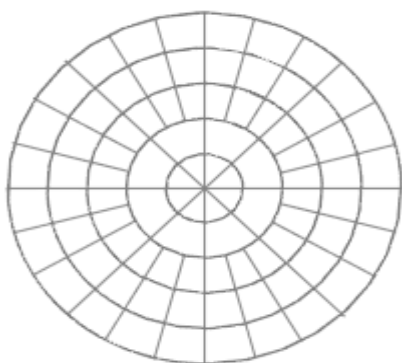
بر روی نمودارهای رسم شده راست کلیک کرده و سپس از قسمت characteristics ویژگی‌های سیستم را بدست آورید. خطای حالت ماندگار برای سیستمهای فوق را بدست آورید. (خطا را به صورت تئوری نیز محاسبه کرده آیا نتیجه یکسان است؟)

	t_d	t_r	t_s	c_{ss}	e_{ss}
T=0.1					
T=1					
T=5					

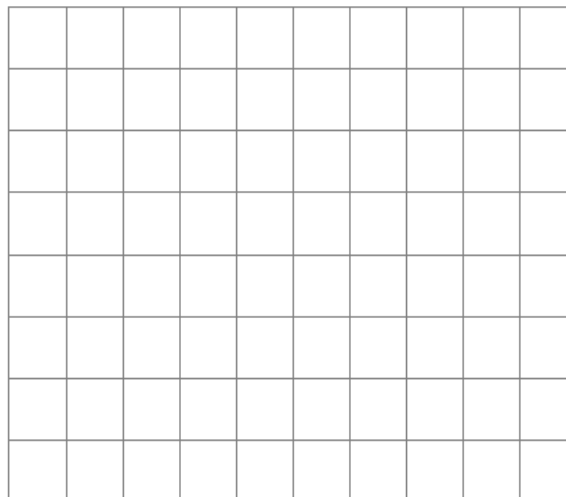
جدول ۲

¹ Isoflurane

² Atracurium

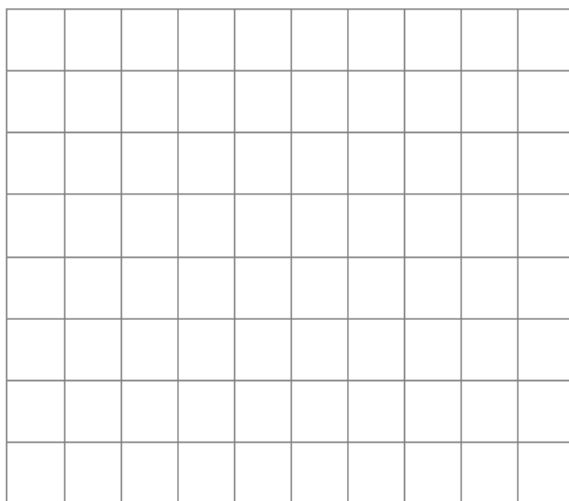


شکل ۹. محل قطب‌های حلقه بسته سیستم

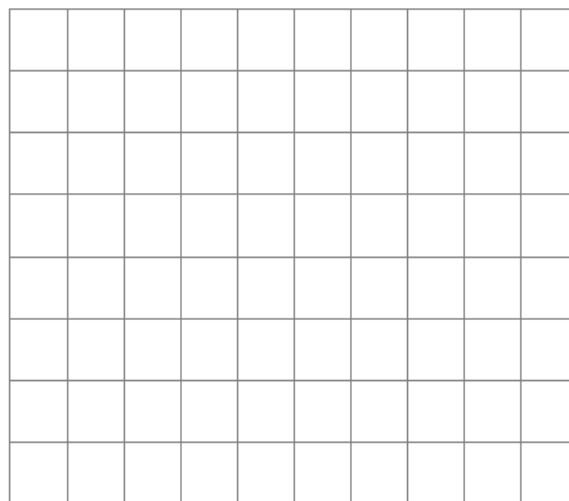


شکل ۸. پاسخ پله سیستم‌ها

اکنون با استفاده از دستور `impz` پاسخ ضربه سیستم‌های فوق را بدست آورید. و زمان نشست پاسخ ضربه را بدست آورید. به کمک دستور `lsim` پاسخ به ورودی شیب را برای سیستم‌های فوق بدست آورید.



شکل ۱۱. پاسخ ضربه سیستم‌ها



شکل ۱۰. پاسخ شیب سیستم‌ها

B. سیستم‌های مطرح شده در تمرین اولیه شماره یک و دو را در MATLAB تعریف کرده و سپس پارامترهای سیستم را بدست آورید و با مقادیری که به صورت تئوری بدست آوردید مقایسه کنید.

	t_d	t_r	t_p	t_s	M_p	c_{ss}	e_{ss}
سیستم ۱							
سیستم ۲							

جدول ۳

C. می‌خواهیم اثر تغییر پارامتر ζ بر روی پاسخ پله سیستم حلقه بسته را بدست آوریم سیستم حلقه بسته استاندارد مرتبه ۲ را در نظر بگیرید. با استفاده از حلقه for یک برنامه MATLAB بنویسید که پاسخ پله سیستم را در حالت‌های زیر نشان دهد. سپس جدول را پر کرده و در هر حالت محل قطب‌های حلقه بسته را بر روی شکل نشان دهید.

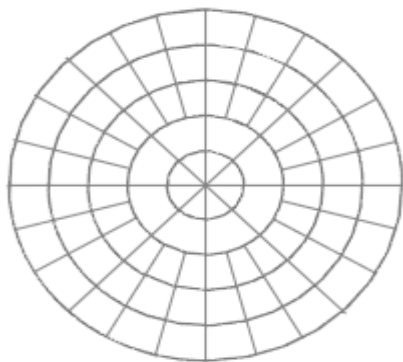
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

حالت ۱: $\zeta = 0$ ، $\omega_n = 3$ ؛ حالت ۲: $\zeta = 0.2$ ، $\omega_n = 3$ ؛ حالت ۳: $\zeta = 0.4$ ، $\omega_n = 3$ ؛ حالت ۴: $\zeta = 0.6$ ، $\omega_n = 3$

حالت ۵: $\zeta = 0.8$ ، $\omega_n = 3$ ؛ حالت ۶: $\zeta = 1$ ، $\omega_n = 3$

	t_d	t_r	t_p	t_s	M_p	c_{ss}	e_{ss}	زمان رسیدن به قله دوم	زمان رسیدن به قله سوم
حالت ۱									
حالت ۲									
حالت ۳									
حالت ۴									
حالت ۵									
حالت ۶									

جدول ۴



شکل ۱۳. قطب‌های حلقه بسته سیستم



شکل ۱۲. پاسخ پله سیستم‌ها برای حالت‌های مختلف

نتیجه خود را از شبیه‌سازی‌های فوق بیان کنید.

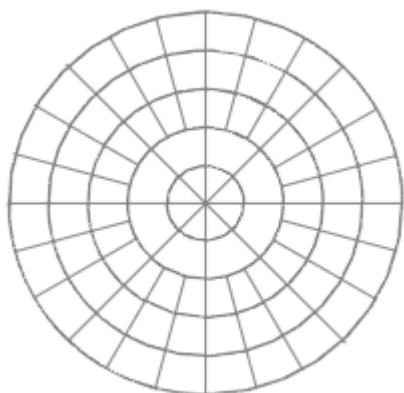
D. آزمایش حالت C را اکنون برای حالت های زیر تکرار نمایید.

حالت ۱: $\zeta = 0.3$ $\omega_n = 1$ ؛ حالت ۲: $\zeta = 0.3$ $\omega_n = 2$ ؛ حالت ۳: $\zeta = 0.3$ $\omega_n = 3$ ؛ حالت ۴: $\zeta = 0.3$ $\omega_n = 4$

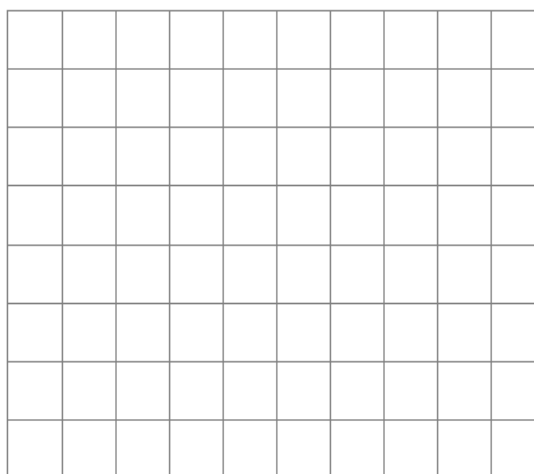
حالت ۵: $\zeta = 0.3$ $\omega_n = 6$ ؛ حالت ۶: $\zeta = 0.3$ $\omega_n = 28$

	t_d	t_r	t_p	t_s	M_p	c_{ss}	e_{ss}	زمان رسیدن به قله دوم	زمان رسیدن به قله سوم
حالت ۱									
حالت ۲									
حالت ۳									
حالت ۴									
حالت ۵									
حالت ۶									

جدول ۵



شکل ۱۵. قطب‌های حلقه بسته سیستم



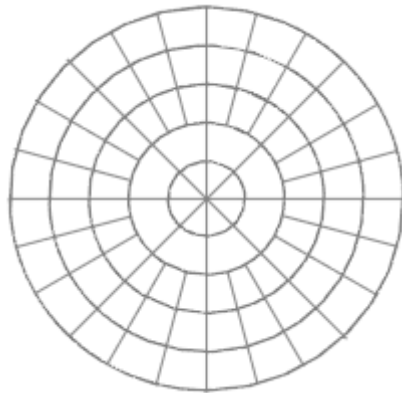
شکل ۱۴. پاسخ پله سیستم‌ها برای حالت‌های مختلف

E. اکنون آزمایش قسمت C را برای کاهای بزرگتر از یک می‌خواهیم انجام دهیم و پاسخ پله سیستم را بررسی کنیم.

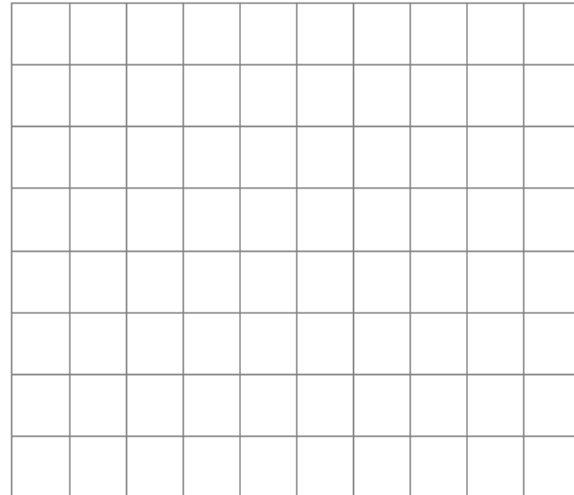
حالت ۱: $\zeta = 1$ $\omega_n = 1$ ؛ حالت ۲: $\zeta = 2$ $\omega_n = 1$ ؛ حالت ۳: $\zeta = 3$ $\omega_n = 1$

	t_d	t_r	t_p	t_s	M_p	c_{ss}	e_{ss}
حالت ۱							
حالت ۲							
حالت ۳							

جدول ۶



شکل ۱۷. قطب‌های حلقه بسته سیستم



شکل ۱۶. پاسخ پله سیستم‌ها برای حالت‌های مختلف

F. مدل چند متغیره بی‌هوشی ارتباط دهنده بیهوشی (که با دو ویژگی آزادی ماهیچه^۱ و تغییرات در فشار خون^۲ بیان می‌شود) به دو داروی ایزوفلوران و آتراکوریوم به صورت زیر میباشد تمام پارامترهای حالت گذرا برای این سیستم را بدست آورید.

$$\begin{bmatrix} \text{Paralysis} \\ \Delta MAP \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{e^{-s}(1+10.64s)}{(1+3.08s)(1+4.81s)(1+34.42s)} & \frac{0.27e^{-s}}{(1+2.83s)(1+1.25s)} \\ 0 & \frac{-15e^{-0.42s}}{1+2s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

	t_d	t_r	t_p	t_s	M_p	c_{ss}	e_{ss}
تابع تبدیل از ورودی ۱ به خروجی Paralysis							
تابع تبدیل از ورودی ۲ به خروجی MAP							
تابع تبدیل از ورودی ۲ به خروجی Paralysis							

جدول ۷

G. سیستم زیر را در MATLAB تعریف کرده و پاسخ پله سیستم را رسم کرده و تمام پارامترهای حالت گذرا را بدست آورید.

¹ Muscle relaxation(paralysis)

² MAP

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 6.5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

به کمک MATLAB ماتریس تبدیل سیستم فوق را نیز بیابید.

تمرین:

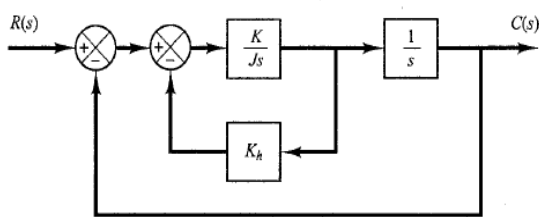
۱. پاسخ به ورودی پله، شیب و $r(t) = e^{-0.5t}$ را برای سیستم زیر بدست آورید و همانند مراحل انجام آزمایش پارامترهای سیستم را بدست آورید.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{s+10}{s^3+6s^2+9s+10}$$

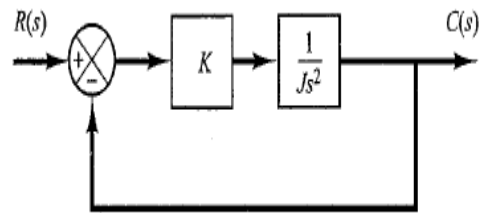
۲. به کمک دستور زیر یک سیستم مرتبه ۲ تعریف کرده و پاسخ به ورودی پله آن را بدست آورید.

$$[num, den] = ord2(\omega_n, \zeta)$$

۳. سیستم کنترل وضعیت ماهواره شکل ۱۸ را در نظر بگیرید. خروجی این سیستم نوسانات نامیرایی دارد که مطلوب نیست. این سیستم را می‌توان با استفاده از فیدبک تاکومتری به صورت نشان داده شده در شکل ۱۹ پایدار کرد. داریم $k_h, k/j=4$ بیاید چه باشد تا نسبت میرایی ۰.۶ شود.



شکل ۱۹. سیستم پایدار شده کنترل وضعیت ماهواره



شکل ۱۸. سیستم ناپایدار کنترل وضعیت ماهواره

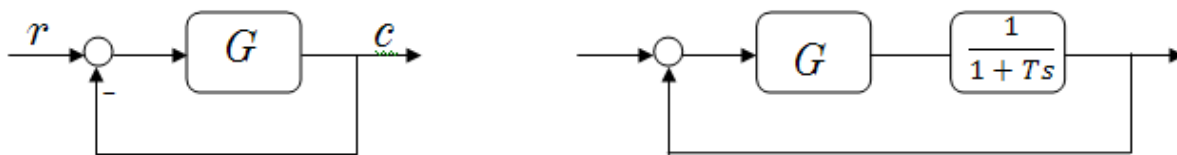
آزمایش ۳: بررسی اثر صفر و قطب در سیستم‌ها

هدف آزمایش: در این آزمایش دانشجو با نحوه بدست آوردن پاسخ سیستم ها به کمک Simulink آشنا می شود و اثر افزودن صفر و قطب به توابع تبدیل حلقه باز و بسته را مورد بررسی قرار می دهد. انتظار می رود دانشجویان در پایان این آزمایش با نحوه شبیه سازی سیستم های ساده در simulink آشنا شوند.

تئوری آزمایش:

قطبها و صفرهای سیستم: تابع انتقال $G(s) = \frac{n(s)}{d(s)}$ را در نظر بگیرید منظور از قطب سیستم ($s=p$) مقداری می باشد که در آن اندازه تابع تبدیل برابر با بی نهایت می شود. منظور از صفرهای سیستم ($s=z$) مقداری می باشد که در آن اندازه تابع تبدیل برابر با صفر می شود. قطبها و صفرهای سیستم نشان دهنده رفتار سیستم می باشند

اضافه کردن قطب به تابع انتقال حلقه باز: تابع انتقال حلقه باز $G(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s+2\zeta\omega_n)}$ را در نظر بگیرید میخواهیم یک قطب به سیستم حلقه باز اضافه کنیم در نتیجه داریم



شکل 1. یاوک دیاگرام اولیه و یاوک دیاگرام یا اضافه کردن قطب

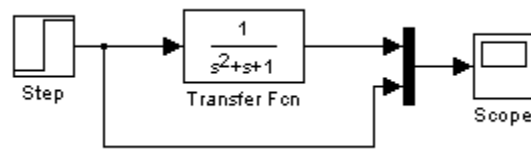
با اضافه کردن قطب، تابع تبدیل حلقه بسته به صورت $\frac{\omega_n^2}{Ts^3 + (1+2\zeta\omega_n T)s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ می شود. هر چقدر قطب حلقه باز به محور $j\omega$ نزدیکتر باشد پایداری سیستم کمتر و خطای حالت ماندگار نیز کمتر می شود.

اضافه کردن صفر به تابع انتقال حلقه باز: با اضافه کردن صفر حلقه باز تابع تبدیل حلقه بسته به صورت

می شود. هر چقدر قطب حلقه باز به محور $j\omega$ نزدیکتر باشد پایداری سیستم بیشتر می شود.

مراحل انجام آزمایش:

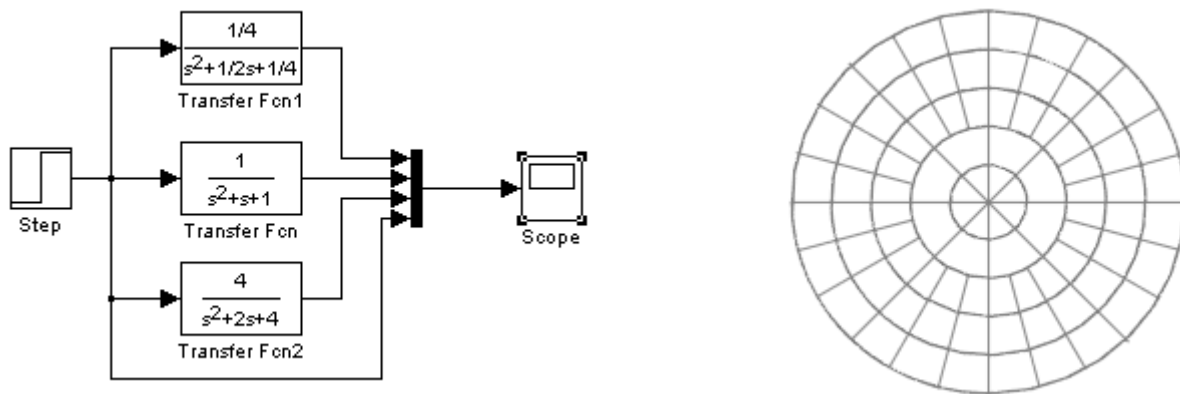
A. سیستم کنترلی زیر را در simulink رسم کرده و پاسخ سیستم را مشاهده کرده و زمان نشست را بدست آورید.



شکل ۲. بلوک دیاگرام یک سیستم مرتبه ۲ و اعمال ورودی پله

برای رسم شکل فوق در `simulink`، تابع تبدیل را از قسمت `Continues`، ورودی پله را از قسمت `Sources`، اسکوپ را از قسمت `Sinks` و مالتی پلکستر را از قسمت `Signal Routing` وارد کنید. برای تعریف تابع تبدیل کافی است دوبار بر روی بلوک تابع تبدیل کلیک کرده و ضرایب صورت و مخرج را با توجه به تابع تبدیل وارد کنید.

B. در آزمایش قبل اثر تغییر ω_n بوسیله‌ی کدنویسی بررسی گردید اکنون می‌خواهیم نتایج را یکبار دیگر به کمک `simulink` مشاهده کنیم لذا شکل زیر را در `simulink` رسم کرده و پاسخ را مشاهده نمایید. قطبهای حلقه باز سیستم را نیز در شکل مشخص کنید. سپس ورودی پله را برداشته و به جای آن ورودی شیب را از قسمت `Sources`، وارد کنید و اکنون در این مرحله خطای حالت ماندگار را ثبت کنید.

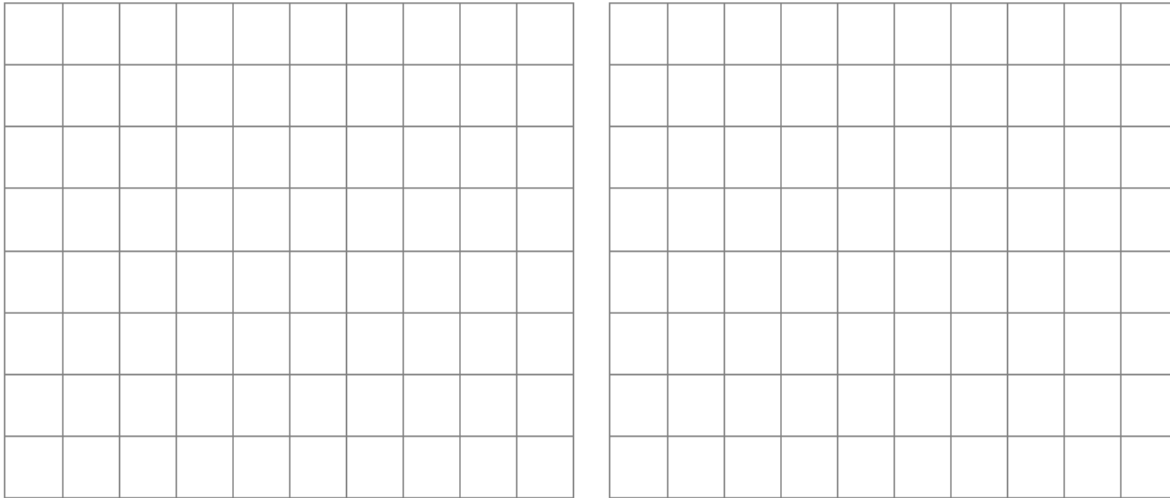


شکل ۳. قطبهای حلقه باز سیستم‌ها

شکل ۴. بررسی تغییر ω_n

	t_d	t_r	t_p	t_s	M_p	e_{ss}
سیستم با $\omega_n = 0.5$						
سیستم با $\omega_n = 1$						
سیستم با $\omega_n = 2$						

جدول ۱. پارامترهای حالت گذرا

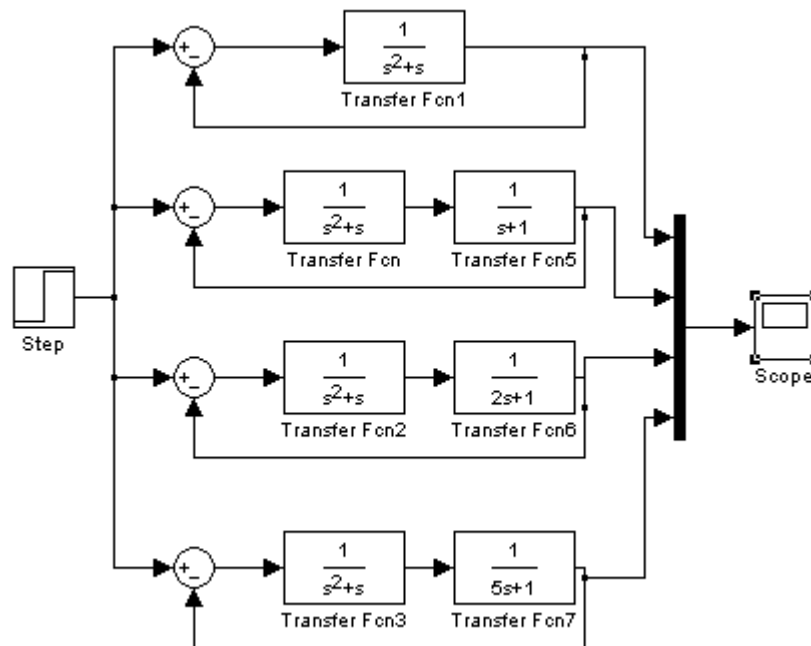


شکل ۵. پاسخ پله سیستم‌های فوق

شکل ۶. پاسخ شیب سیستم‌های فوق

می‌دانیم که با نزدیک شدن قطبهای حلقه باز به محور $j\omega$ خطای حالت دائم کم می‌شود اما در بالا این اتفاق روی نداد علت این امر را توضیح دهید و سپس گفته‌ی خود را با توجه به فرمول خطای حالت ماندگار اثبات کنید.

C. می‌خواهیم اثر افزودن قطب به تابع انتقال حلقه باز را بررسی کنیم. بدین منظور شکل زیر را در `simulink` رسم کرده و نتایج را یادداشت کنید.



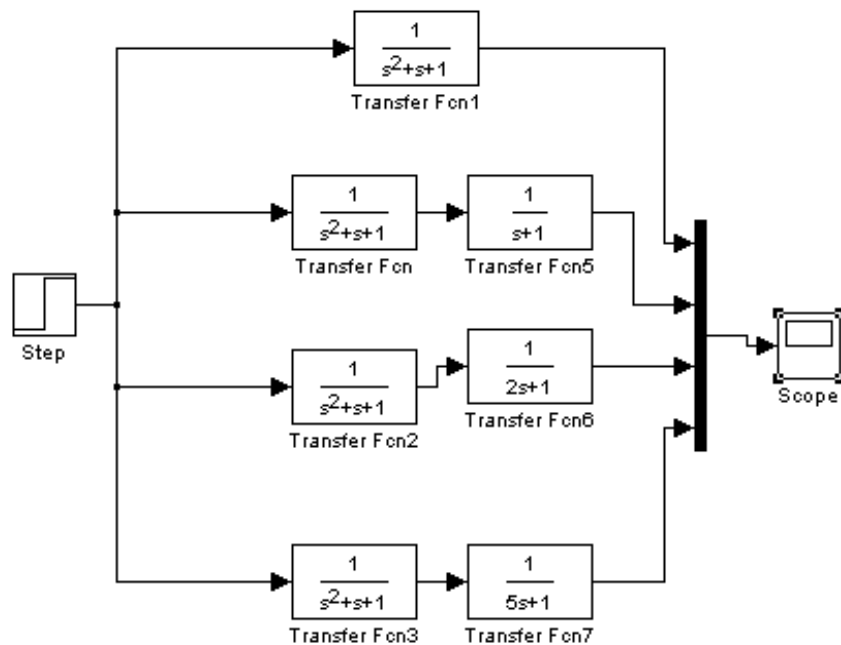
شکل ۷. افزودن قطب به تابع تبدیل حلقه باز

شکل ۸. پاسخ پله سیستم

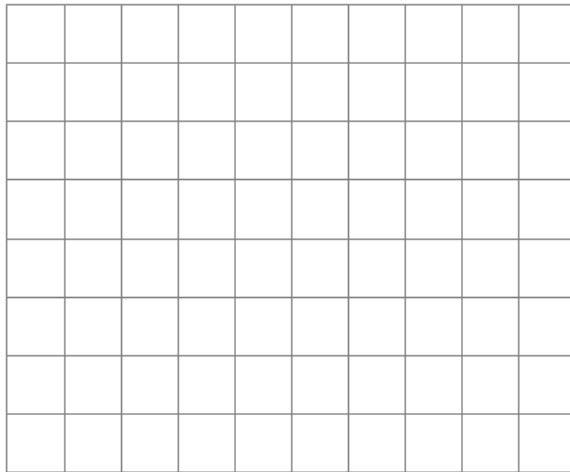
	e_{ss}	t_r	t_p	t_s	M_p
سیستم اولیه					
سیستم با اضافه شدن قطب در ۱-					
سیستم با اضافه شدن قطب در ۰.۵-					
سیستم با اضافه شدن قطب در ۰.۲-					

جدول ۲

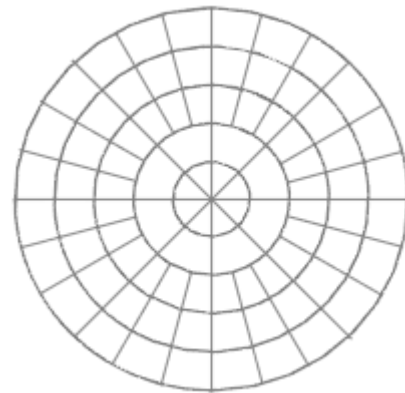
D. می‌خواهیم اثر افزودن قطب به تابع انتقال حلقه بسته را بررسی کنیم. بدین منظور شکل زیر را در **simulink** رسم کرده و پارامترهای سیستم را به صورت ضمنی مقایسه کرده و نتایج را ثبت کنید.



شکل ۹. افزودن قطب به تابع تبدیل حلقه بسته

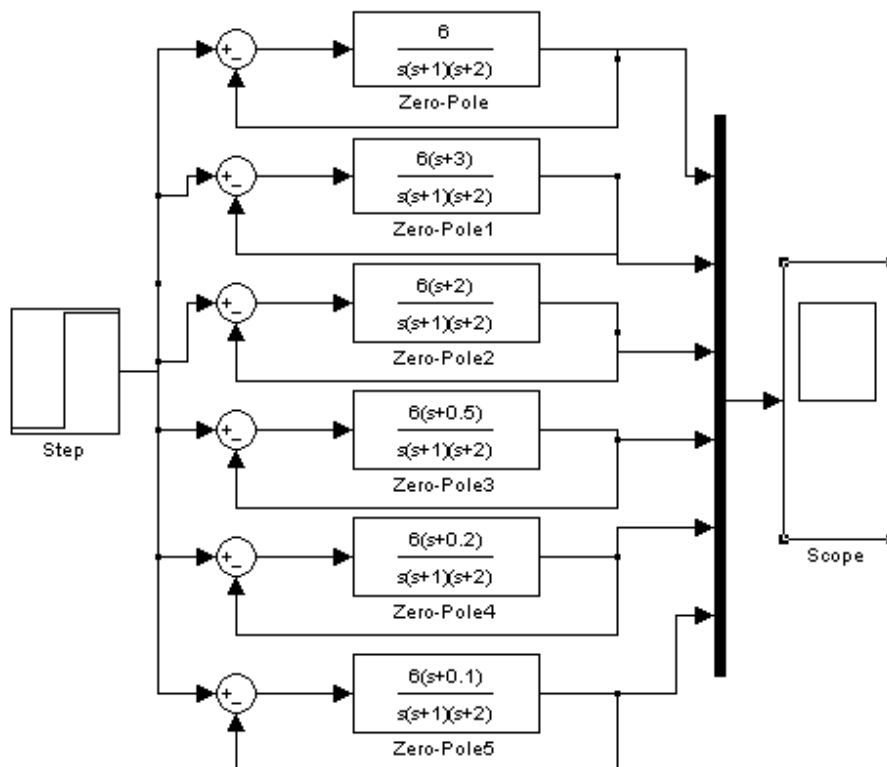


شکل ۱۱. پاسخ پله سیستم‌ها



شکل ۱۰. قطب‌های اضافه شده به سیستم

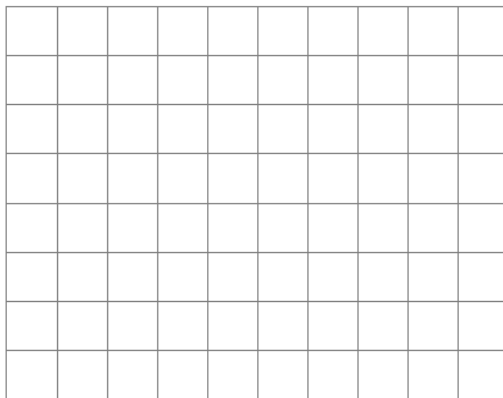
E. می‌خواهیم اثر افزودن صفر به تابع انتقال حلقه باز را بررسی کنیم. بدین منظور شکل زیر را در `simulink` رسم کرده و نتایج را یادداشت کنید.



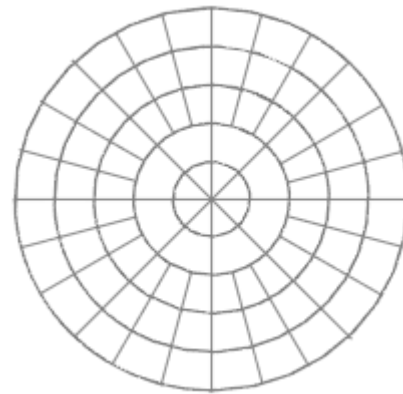
شکل ۱۲. افزودن صفر به تابع تبدیل حلقه باز

	t_r	t_p	t_s	M_p	e_{ss}
سیستم بدون صفر					
سیستم با $z = -3$					
سیستم با $z = -2$					
سیستم با $z = -0.5$					
سیستم با $z = -0.2$					
سیستم با $z = -0.1$					

جدول ۳. افزودن صفر به تابع تبدیل حلقه باز

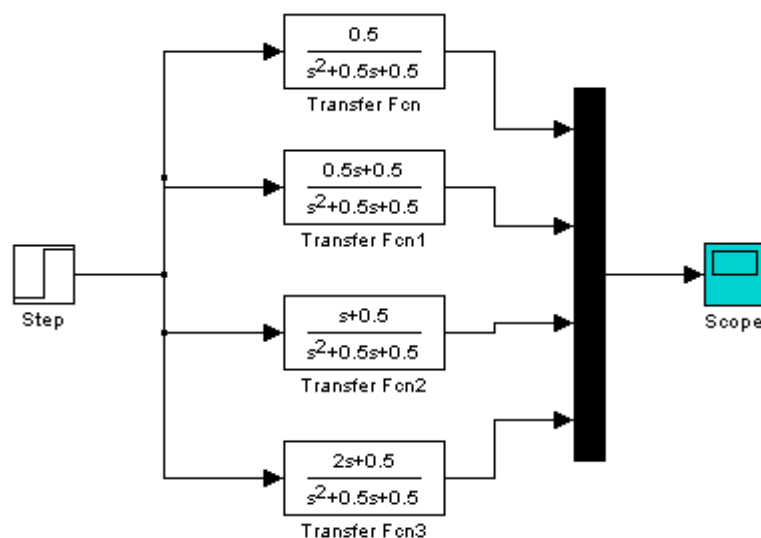


شکل ۱۴. پاسخ پله سیستم‌ها



شکل ۱۳. صفرهای اضافه شده به سیستم

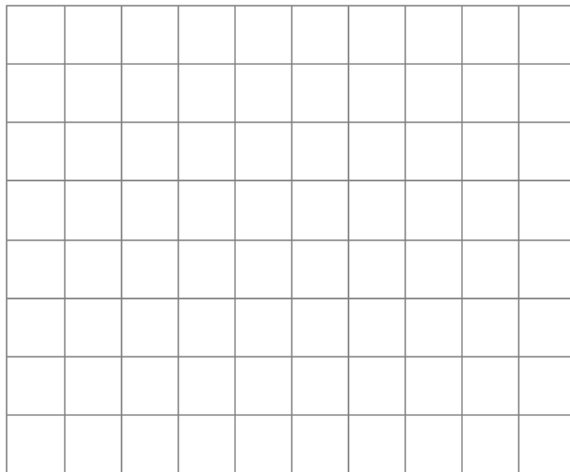
F. می‌خواهیم اثر افزودن صفر به تابع انتقال حلقه بسته را بررسی کنیم. بدین منظور شکل زیر را در simulink رسم کرده و نتایج را یادداشت کنید.



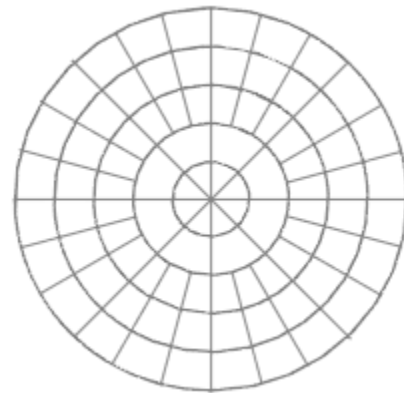
شکل ۱۵. افزودن صفر به تابع تبدیل حلقه بسته

	t_r	t_p	t_s	M_p	e_{ss}
سیستم بدون صفر					
سیستم با $z = -1$					
سیستم با $z = -0.5$					
سیستم با $z = -0.25$					

جدول ۴. افزودن صفر به تابع تبدیل حلقه بسته



شکل ۱۷. پاسخ پله سیستم‌ها



شکل ۱۶. صفرهای اضافه شده به سیستم

G. مدل فضای حالت موتور DC که در آزمایش اول بیان شد را در **simulink** رسم کرده و نتایج را یادداشت کنید. برای تعریف مدل فضای حالت سیستم در **Simulink** بلوک **State-Space** را از قسمت **Continues** وارد کنید.

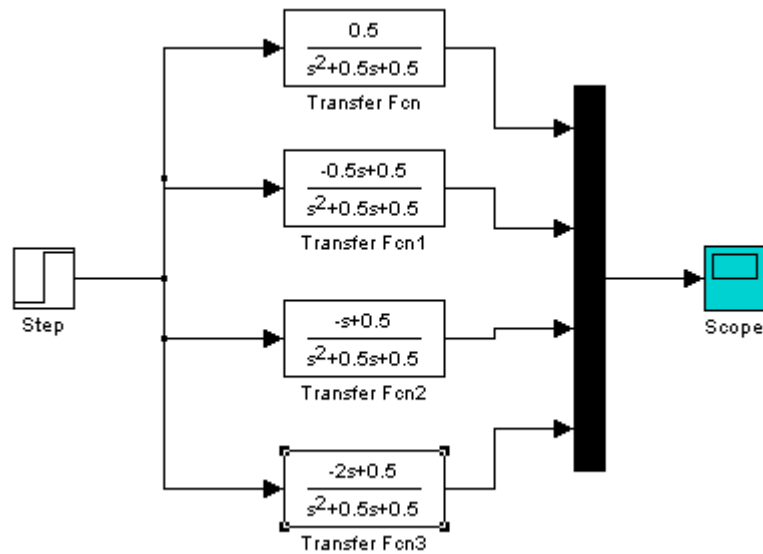
	t_r	t_p	t_s	M_p	e_{ss}
موتور DC					

جدول ۵. پارامترهای موتور DC

تمرین:

۱. قطبهای غالب در تابع تبدیل چیست؟ با دو مثال قطب های غالب حقیقی و مختلط در سیستم را به کمک شبیه سازی نشان دهید. (به کمک **Simulink**)
۲. اثر افزودن صفر و قطب در مسیر فیدبک را به کمک شبیه سازی سیستم در **Simulink** نشان دهید.

۳. اثر افزودن صفر سمت راست به تابع تبدیل حلقه بسته را با کشیدن شکل زیر در Simulink بررسی کنید.



۴. قطب‌های غالب سه سیستم زیر را پیدا کرده و سیستم الف را با یک سیستم مرتبه یک، و سیستم ب را با یک سیستم مرتبه دو تقریب بزنید.

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{15.24(s+2.1)}{(s+16)(s+2)} \quad \text{ج.}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{96}{(s+16)(s+3)(s+2)} \quad \text{ب.}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{32}{(s+2)(s+16)} \quad \text{الف.}$$

آزمایش ۴: مکان هندسی ریشه‌ها

هدف آزمایش: در این آزمایش دانشجو با رسم مکان هندسی ریشه‌ها برای سیستم‌های مختلف در MATLAB آشنا شده

و سپس به تحلیل سیستم ها به کمک مکان رسم شده می پردازد. دانشجو همچنین با نحوه رسم مکان هندسی ریشه‌ها برای سیستم‌های دارای تاخیر انتقالی و نحوه تقریب تاخیر سیستم‌ها در MATLAB آشنا می‌شود. همچنین انتظار می‌رود دانشجویان با نحوه رسم مکان هندسی ریشه‌ها در sisotool آشنا شوند

تئوری آزمایش: مشخصات اساسی پاسخ گذرای یک سیستم حلقه بسته رابطه‌ای بسیار نزدیک با محل قطب های حلقه

بسته دارد. اگر سیستم بهره‌ی حلقه‌ی متغیری داشته باشد، محل قطب‌های حلقه بسته به مقدار بهره‌ی انتخاب شده برای حلقه بستگی دارد. پس دانستن چگونگی تغییر محل قطب‌های حلقه بسته در صفحه‌ی S با تغییر بهره‌ی حلقه، برای طراح مهم است. در روش مکان هندسی ریشه‌ها، ریشه های معادله مشخصه به ازای تمام مقادیر یک پارامتر سیستم رسم می شود. پس می توان ریشه‌های متناظر با هر مقدار خاص این پارامتر را روی نمودار حاصل مشخص کرد. این پارامتر معمولاً بهره است، ولی هر پارامتر دیگری از تابع تبدیل حلقه باز نیز می تواند باشد. ایده‌ی اساسی ورای روش مکان هندسی ریشه‌ها این است که مقادیری از S که بازای آن تابع انتقال حول حلقه $1 -$ می‌شود، باید معادله مشخصه‌ی سیستم را ارضا کنند. با فرض تابع تبدیل حلقه بسته به صورت $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}$ ، آنگاه معادله مشخصه سیستم به صورت $1+G(s)H(s)=0$ یا $G(s)H(s)=-1$ می‌شود. چون $G(s)H(s)$ یک کمیت مختلط است، معادلات بالا را می توان با جدا کردن اندازه و فاز دو طرف معادله به دو معادله تبدیل کرد و داریم:

$$\angle G(s)H(s) = \pm 180^\circ(2k + 1) \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

شرط زاویه:

$$|G(s)H(s)| = 1$$

شرط اندازه:

مقادیری از S که هر دو شرط بالا را ارضا کنند، ریشه‌های معادله مشخصه هستند. برای رسم نمودار مکان هندسی ریشه‌ها به طریق زیر می‌بایست عمل کرد:

۱. یافتن مجموعه صفرهای حلقه باز. نام این مجموعه را m می‌گذاریم.
 ۲. یافتن مجموعه قطب‌های حلقه باز. نام این مجموعه را n می‌گذاریم.
 ۳. یافتن تعداد شاخه‌ها. تعداد شاخه‌ها در نمودار مکان هندسی ریشه‌ها برابر با ماکزیمم مقادیر $\max\{m, n\}$ و n می باشد.
 ۴. یافتن تعداد مجانب‌ها و زاویه‌ی آن‌ها.
- تعداد مجانب‌ها برابر است با $|n - m|$

- زاویه‌ی مجانب‌ها برای حالتی که بهره سیستم (k) مثبت و فیدبک منفی باشد و یا حالتی که بهره سیستم (k) منفی و فیدبک مثبت باشد برابر است با

$$\theta_k = \frac{(2k+1)\pi}{|n-m|} \quad k = \overbrace{0,1,2, \dots \dots \dots}^{\text{به تعداد } |n-m|}$$

- زاویه‌ی مجانب‌ها برای حالتی که بهره سیستم (k) منفی و فیدبک منفی باشد و یا حالتی که بهره سیستم (k) مثبت و فیدبک مثبت باشد برابر است با

$$\theta_k = \frac{2k\pi}{|n-m|} \quad k = \overbrace{0,1,2, \dots \dots \dots}^{\text{به تعداد } |n-m|}$$

۵. یافتن محل برخورد مجانب‌ها. برای یافتن محل برخورد مجانب‌ها می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد. که در آن s_a محل برخورد مجانب‌ها با یکدیگر می‌باشد.

$$s_a = \frac{\text{مجموع قطب‌ها} - \text{مجموع صفرها}}{\text{تعداد قطب‌ها} - \text{تعداد صفرها}}$$

۶. تعیین نقاط برخورد مکان هندسی با محور موهومی. این نقاط را می‌توان با استفاده از معیار پایداری روث یافت. بدین ترتیب که ابتدا معادله مشخصه را نوشته و معیار روث را تشکیل می‌دهیم و سپس به هر تعداد که امکان صفر کردن سطرهای فرد معیار روث بود آن سطرها را صفر کرده و سپس k بدست آمده را در معادله‌ی کمکی جایگزین می‌کنیم تا نقاط برخورد مکان هندسی با محور موهومی بدست آید. روش دیگر این است که در معادله مشخصه قرار دهیم $s = j\omega$ ، بخش‌های حقیقی و موهومی معادله‌ی حاصل را برابر صفر قرار دهیم و با حل آن‌ها ω و k را بیابیم.

۷. تعیین مکان هندسی ریشه‌ها روی محور حقیقی (مکان اولیه). برای تعیین مکان هندسی روی محور حقیقی باید یک نقطه‌ی آزمون s برگزینیم و سپس شرط زاویه را برای نقطه مذکور بررسی کنیم و اگر شرط زاویه ارضا شد آن نقطه جزء مکان می‌باشد. اما می‌توان به صورت زیر نیز مکان اولیه را یافت:

- برای حالتی که بهره سیستم (k) مثبت و فیدبک منفی باشد و یا حالتی که بهره سیستم (k) منفی و فیدبک مثبت باشد. نقطه‌ای روی محور حقیقی برمی‌گزینیم اگر تعداد کل صفرها و قطب‌های حقیقی سمت راست این نقطه فرد باشد این نقطه روی مکان هندسی ریشه‌ها واقع است.
- برای حالتی که بهره سیستم (k) منفی و فیدبک منفی باشد و یا حالتی که بهره سیستم (k) مثبت و فیدبک مثبت باشد. نقطه‌ای روی محور حقیقی برمی‌گزینیم اگر تعداد کل صفرها و قطب‌های حقیقی سمت راست این نقطه زوج باشد این نقطه روی مکان هندسی ریشه‌ها واقع است.

۸. تعیین نقاط شکست. فرض کنید معادله مشخصه به صورت $B(s) + KA(s) = 0$ می‌باشد. نقاط شکست را می‌توان

$$\frac{dk}{ds} = - \frac{B'(s)A(s) - B(s)A'(s)}{A^2(s)}$$

با یافتن ریشه‌های معادله زیر بدست آورد.

توجه به این نکته مهم است که نقاط شکست ریشه‌های معادله‌ی فوق هستند، ولی تمام ریشه‌های این معادله نقاط شکست نیستند. هر ریشه‌ی حقیقی معادله فوق که روی مکان هندسی ریشه‌ها باشد یک نقطه شکست است، ولی

ریشه‌ای که روی مکان هندسی نیست نقطه‌ای شکست نیز نیست. اگر ندانیم دو ریشه‌ی مزدوج مختلط $S = S_1$ و $S = S_1^*$ معادله‌ی فوق روی مکان هندسی هستند یا نه، باید مقدار k متناظر با آنها را بررسی کنیم. اگر k متناظر با ریشه‌ی $S = S_1$ معادله‌ی $dK/dS = 0$ مثبت باشد، برای حالتی که مکان را برای k ‌های مثبت رسم می‌کنیم؛ نقطه‌ی $S = S_1$ نقطه‌ی شکست است. اگر k متناظر با ریشه‌ی $S = S_1$ معادله‌ی $dK/dS = 0$ منفی باشد، برای حالتی که مکان را برای k ‌های منفی رسم می‌کنیم؛ نقطه‌ی $S = S_1$ نقطه‌ی شکست است.

۹. تعیین زاویه‌ی خروج (یا زاویه‌ی ورود) مکان هندسی به قطب (یا صفر) مختلط.

- برای حالتی که بهره سیستم (k) مثبت و فیدبک منفی باشد و یا حالتی که بهره سیستم (k) منفی و فیدبک مثبت باشد. می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

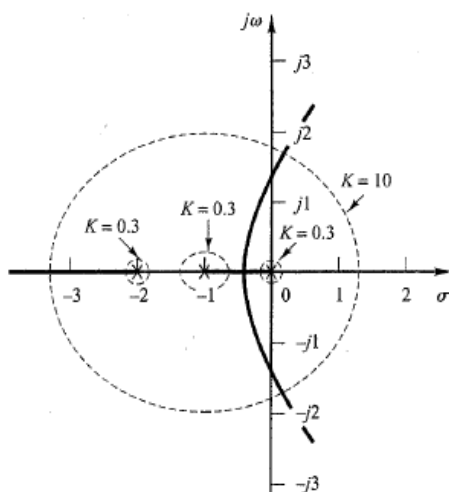
(جمع زاویه‌ی بردارهای رسم شده از بقیه‌ی قطب‌ها به آن قطب) - 180° = زاویه‌ی خروج از قطب مختلط
(جمع زاویه‌ی بردارهای رسم شده از بقیه‌ی صفرها به آن قطب) +

- برای حالتی که بهره سیستم (k) مثبت و فیدبک مثبت باشد و یا حالتی که بهره سیستم (k) منفی و فیدبک منفی باشد. می‌توان از فرمول زیر استفاده کرد:

(جمع زاویه‌ی بردارهای رسم شده از بقیه‌ی صفرها به آن صفر) - 180° = زاویه‌ی ورود به صفر مختلط
(جمع زاویه‌ی بردارهای رسم شده از بقیه‌ی قطب‌ها به آن صفر) +

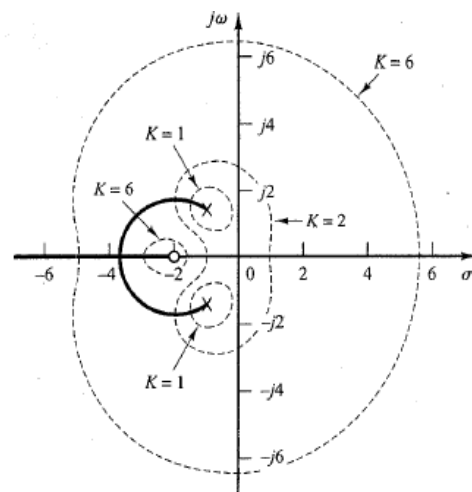
تعامد مکان هندسی ریشه‌ها و مکان هندسی بهره ثابت. مکان هندسی ریشه‌ها و مکان هندسی بهره‌ی ثابت در صفحه‌ی S

بر هم عمودند. این نکته در شکل ۱ و ۲ برای دو سیستم $G(s)H(s) = \frac{k(s+2)}{s^2+2s+3}$ و $G(s)H(s) = \frac{k}{s(s+1)(s+2)}$ نشان داده شده است.



شکل ۲. نمودار مکان هندسی ریشه‌ها و مکان هندسی ثابت برای

$$G(s)H(s) = \frac{k}{s(s+1)(s+2)} \text{ سیستم}$$



شکل ۱. نمودار مکان هندسی ریشه‌ها و مکان هندسی ثابت برای

$$G(s)H(s) = \frac{k(s+2)}{s^2+2s+3} \text{ سیستم}$$

رسم مکان هندسی ریشه‌ها با MATLAB. برای رسم مکان هندسی ریشه‌ها در MATLAB برای سیستم‌هایی که به فرم تابع تبدیل هستند می‌توان از دستورات `rlocus(sys)`, `rlocus(num,den)`, `rlocus(sys,k)`, `rlocus(num,den,k)` که در دو دستور آخر با تعریف کردن k بازه‌ای که در آن می‌خواهیم مکان هندسی بازه بهره رسم شود را مشخص می‌کنیم. برای سیستم‌هایی که به فرم فضای حالت هستند می‌توان از دستورات `rlocus(sys)`, `rlocus(A,B,C,D)`, `rlocus(sys,k)`, `rlocus(A,B,C,D,k)` که در دو دستور آخر با تعریف کردن k بازه‌ای که در آن می‌خواهیم مکان هندسی بازه آن بهره رسم شود را مشخص می‌کنیم.

دستورات `[R,K]=rlocus(sys)` و یا `R=rlocus(sys,k)` ماتریس R که محل قطب‌های حلقه بسته سیستم برای بهره‌های k می‌باشد را نشان می‌دهد.

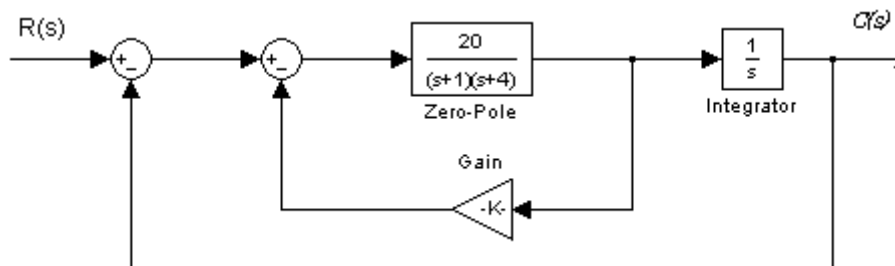
به کمک دستور `[k,poles]=rlocfind(sys)` می‌توانیم بهره را در نقطه‌ی دلخواهی از مکان هندسی ریشه‌ها بیابیم. دستگاه `rlocfind` که باید به دنبال یک دستور `rlocus` به کار رود، یک دستگاه مختصات XY منقول روی صفحه ایجاد می‌کند. مبدا این دستگاه مختصات را می‌توان به کمک ماوس بر روی نقطه‌ی مورد نظر مکان هندسی ریشه‌ها قرار داد و کلید ماوس را فشرد. MATLAB مختصات آن نقطه، بهره در آن نقطه، و قطب‌های حلقه بسته‌ی متناظر با آن بهره را روی صفحه `command` نشان می‌دهد. MATLAB به صورت پیش فرض مکان هندسی ریشه‌ها را بازه k ‌های مثبت رسم می‌کند. برای رسم مکان هندسی ریشه‌ها بازه k ‌های منفی می‌توان سیستم را در یک منفی ضرب کرد.

تمرین‌های اولیه:

۱. مکان هندسی ریشه‌ها برای سیستم‌های زیر با فیدبک واحد رسم کنید.

$$a. G(s) = \frac{k}{s(s+1)(s^2+4s+5)} \quad b. G(s) = \frac{k(s+0.2)}{s^2(s+3.6)} \quad c. \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{10(s+1)}{s^2+7s+10}$$

۲. نمودار بلوکی زیر را در نظر بگیرید. مکان هندسی ریشه‌ها را بدست آورید.



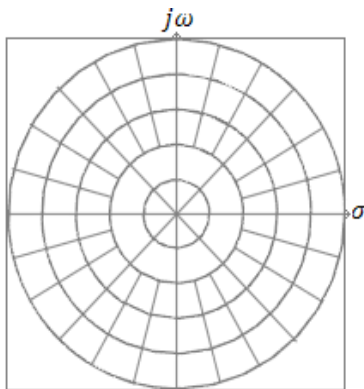
۳. سیستم حلقه باز زیر با فیدبک واحد را در نظر بگیرید.

$$G(s) = \frac{k(s+a)(s+3)}{s(s^2-1)}$$

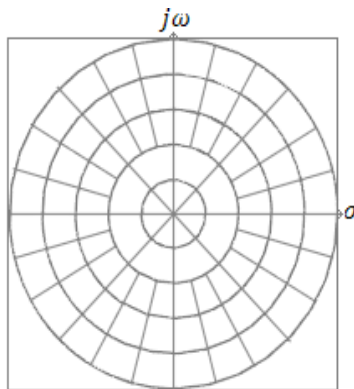
- مکان هندسی ریشه‌ها برای $-\infty < k < \infty$ را با $a=5$ رسم کنید.
- مکان هندسی ریشه‌ها برای $-\infty < a < \infty$ را با $K=5$ رسم کنید.

مراحل انجام آزمایش:

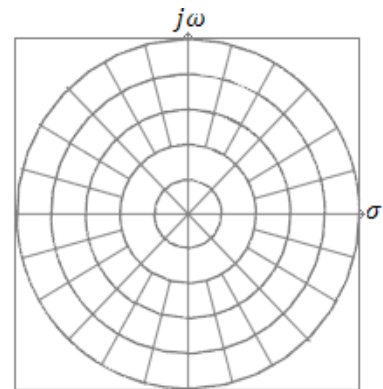
A. مکان هندسی ریشه‌ها برای سیستم‌های تمرین اولیه شماره ۱ را به کمک دستور `rlucos` رسم کنید. سپس با استفاده از دستور `[R,K]=rlucos(sys)` ماتریس مکان ریشه‌ها و بردار بهره‌ها را برای سیستم‌های فوق بدست آورده و سپس به کمک دستور `plot` از روی ماتریس مکان ریشه‌ها نمودار مکان هندسی سیستم‌های فوق را رسم کنید.



شکل ۵. مکان هندسی ریشه‌های سیستم c



شکل ۴. مکان هندسی ریشه‌های سیستم b

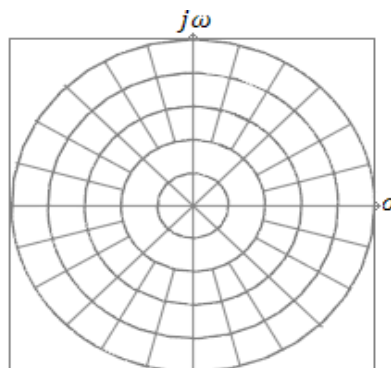


شکل ۳. مکان هندسی ریشه‌های سیستم a

B. سیستم زیر با فیدبک واحد را در نظر بگیرید. که تابع تبدیل مسیر پیشرو آن به صورت زیر می‌باشد:

$$G(s) = \frac{k(s^2 + 2s + 4)}{s(s+4)(s+6)(s^2 + 1.4s + 1)}$$

- مکان هندسی ریشه‌ها را رسم کنید.



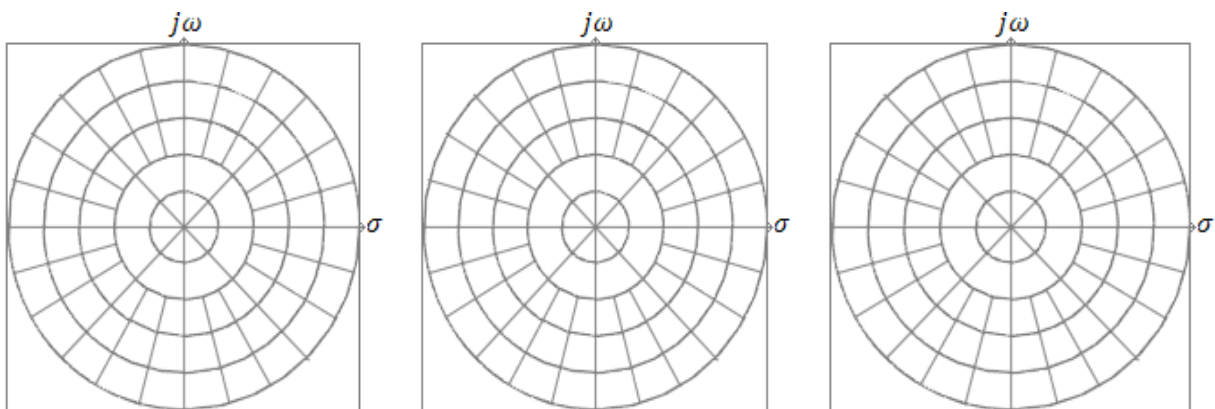
شکل ۶. مکان هندسی ریشه‌های سیستم

- قطب‌های حلقه بسته به ازای $0.707 = \zeta$ را بدست آورید. به کمک دستور `grid` می‌توانید نمودار را درجه‌بندی کنید. ولی برای درجه‌بندی نمودار برای یک و یا چند ζ خاص و همچنین یک یا چند ω_n خاص می‌توان از دستور `sgrid` به صورت $(\omega_n \text{ های مورد نظر } , \zeta \text{ های مورد نظر })$ استفاده کرد.
- محل برخورد با محور $j\omega$ را بدست آورده و بهره در این نقاط را بدست آورید. سپس قطب‌های حلقه بسته در شاخه‌های دیگر بازای این بهره را بیابید. از دستور `rlocfind` استفاده نمایید.

مکان برخورد	بهره در این نقاط	قطب‌های دیگر سیستم بازای این بهره
محل برخورد ۱ با محور $j\omega$		
محل برخورد ۲ با محور $j\omega$		
محل برخورد ۳ با محور $j\omega$		

جدول ۱. برخورد مکان با محور موهومی

- C. مکان هندسی ریشه‌ها برای سیستم‌های تمرین اولیه ۲ و ۳ را به کمک دستور `rlocus` رسم کرده و سپس در صورت برخورد مکان با محور موهومی این نقاط و بهره این نقاط را تعیین کنید و در مورد پایداری سیستم صحبت کنید.



شکل ۷. مکان هندسی ریشه‌های تمرین ۲ شکل ۸. مکان تمرین ۳ برای $-\infty < k < \infty$ شکل ۹. مکان تمرین ۳ برای $-\infty < a < \infty$

- D. مکان هندسی ریشه‌ها برای سیستم‌های دارای تاخیر زیر را رسم کنید.

$$a. G(s)H(s) = \frac{Ke^{-s}}{s+1}$$

$$b. G(s)H(s) = \frac{s+2}{s^2+2s+10} e^{-1.5s}$$

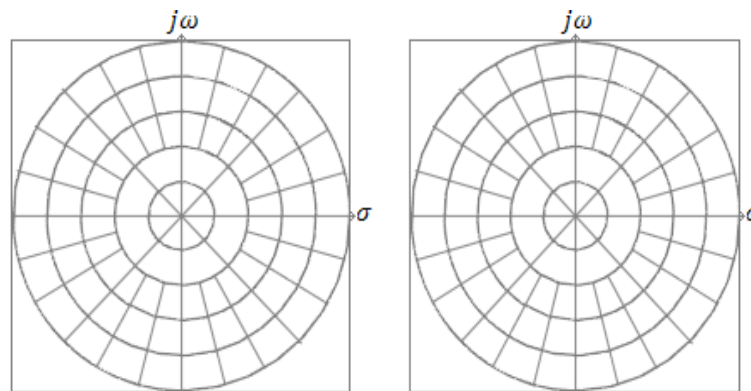
برای رسم مکان هندسی ریشه‌ها برای سیستم‌های دارای تاخیر نمی‌توان سیستم را تعریف کرده و سپس مستقیماً از دستور `rlocus` استفاده نمود. بلکه ابتدا باید تاخیر موجود در سیستم را تقریب زد و سپس مکان سیستم را رسم نمود برای تقریب تاخیر سیستم‌ها می‌توان از دستور `pade` استفاده نمود.

$$[\text{num}, \text{den}] = \text{pade}(T, N)$$

دستور فوق N امین مرتبه تقریب تاخیر pade برای زمان تاخیر T ثانیه را بر می گرداند. که برای تولید تابع تبدیل تقریبی تاخیر می بایست از دستور $\text{tf}(\text{num}, \text{den})$ استفاده نمود. به عنوان مثال برای رسم مکان سیستم a می بایست به صورت زیر عمل کرد.

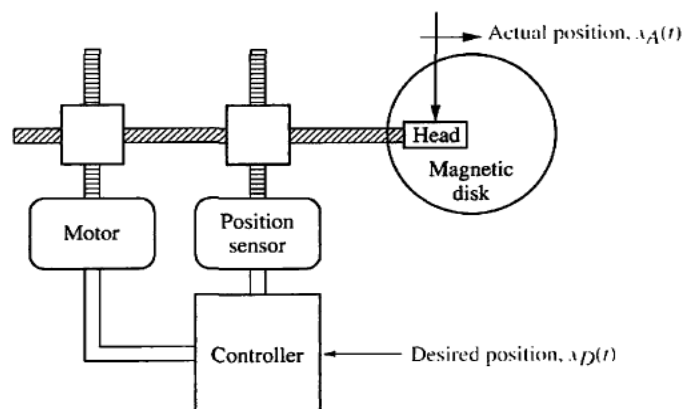
$$s = \text{tf}('s'); G1 = 1/(s+1); [\text{num}, \text{den}] = \text{pade}(1, 5); \text{delay} = \text{tf}(\text{num}, \text{den}); \text{rlocus}(G1 * \text{delay})$$

اگر دستور pade را بدون آرگومان خروجی تعریف کنیم آنگاه پاسخ پله و پاسخ فرکانسی برای N -امین مرتبه تقریب تاخیر pade رسم کرده و با پاسخ‌های دقیق مدل به همراه زمان تاخیر T مقایسه می کند.



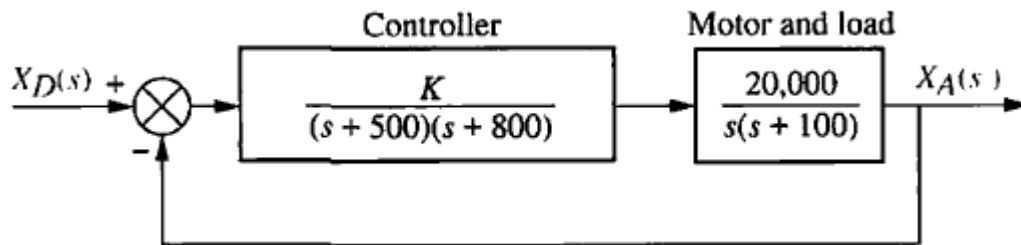
شکل ۱۰. مکان هندسی ریشه‌های سیستم a شکل ۱۱. مکان هندسی ریشه‌های سیستم b

E. گرداننده دیسک فلاپی یک سیستم کنترل موقعیت می باشد که در آن هد^۱ نوشتن/خواندن بر روی دیسک مغناطیسی قرار می گیرد. سیستم به دستورات دریافتی از طرف کامپیوتر پاسخ داده و خود را بر روی مسیر خاصی از دیسک قرار می دهد بیان فیزیکی سیستم و بلوک دیاگرام کنترلی در شکل ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده است.



شکل ۱۲. مدل فیزیکی سیستم

¹ Head



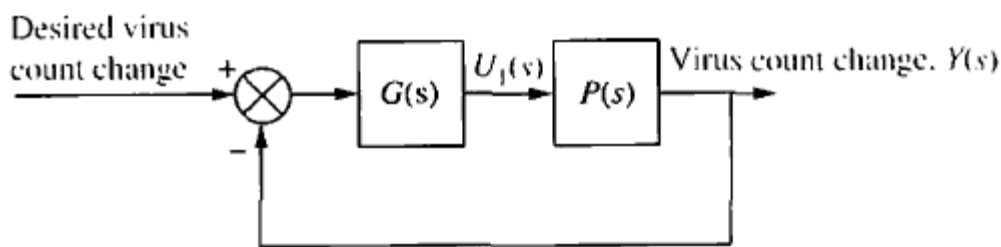
شکل ۱۲. بلوک دیاگرام کنترلی

- به کمک sisotool بهره k که منجر به زمان نشست $0.1s$ را می‌شود را بدست آورید.
- درصد فراجهش در این حالت چقدر می‌باشد؟
- رنج بهره‌ای که در آن سیستم پایدار می‌باشد را بدست آورید.

F. در مدل خطی بیماری HIV/AIDS که در آن سطح ویروس بوسیله استفاده از داروی RTI کنترل می‌شود تابع تبدیل سیستم حلقه باز به صورت زیر می‌باشد. بلوک دیاگرام کنترلی نیز در شکل ۱۳ نشان داده شده است.

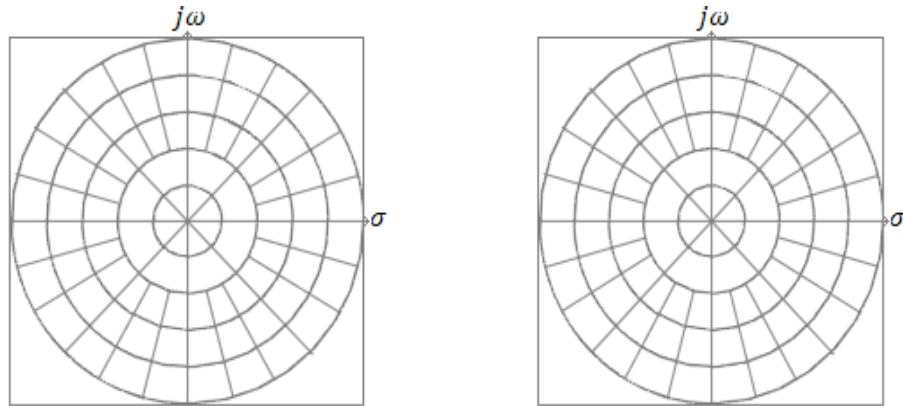
$$P(s) = \frac{Y(s)}{U_1(s)} = \frac{-520s - 10.3844}{s^3 + 2.6817s^2 + 0.11s + 0.0126}$$

مقدار داروی RTI که به مریض داده می‌شود به صورت خودکار با قراردادن بیمار در حلقه‌ی کنترلی به عنوان $G(s)$ محاسبه می‌شود.



شکل ۱۳. بلوک دیاگرام کنترلی

در ساده‌ترین حالت ممکن $G(s) = k$ با $k > 0$ می‌باشد. مکان هندسی ریشه‌ها برای سیستم فوق را رسم نمایید. همچنین مکان هندسی ریشه‌ها برای $k < 0$ رسم نمایید. (نمودار مکان را در sisotool مشاهده نمایید.)

شکل ۱۵. مکان هندسی ریشه‌های سیستم برای $K < 0$ شکل ۱۴. مکان هندسی ریشه‌های سیستم برای $k > 0$

G. ربات‌های صنعتی کاربردهای بیشماری در صنعت دارند. شکل ۱۶ یک نمونه از این روبات‌ها که برای جابه جایی کیسه‌های ۵۵ پوندی نمک استفاده می‌شود را نشان می‌دهد. روبات قابلیت جابه‌جایی ۱۲ بسته در دقیقه را داراست.^۱



شکل ۱۶. روبات که دو کیسه نمک را بلند کرده است

فرض کنید تابع تبدیل سیستم حلقه باز که شامل کنترلر و پلانت سیستم می‌باشد به صورت زیر می‌باشد:

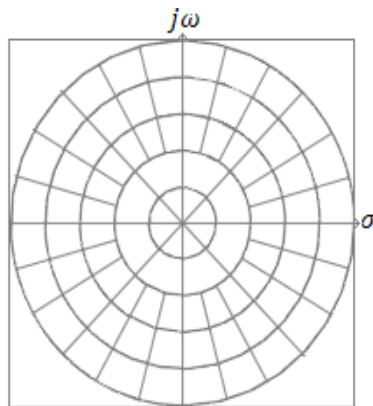
$$G_e(s) = \frac{\omega_0(s)}{V_i(s)} = \frac{K}{(s + 10)(s^2 + 4s + 10)}$$

که $\omega_0(s)$ تبدیل لاپلاس سرعت چرخشی خروجی روبات و $V_i(s)$ ولتاژ اعمالی به کنترلر می‌باشد.

- پارامترهای حالت گذرا را یافته و در جدول زیر یادداشت نمایید. (برای یافتن پارامترها از جعبه ابزار sisotool استفاده نمایید.)

¹ Schneider, 1992

- نمودار مکان هندسی سیستم را نیز رسم کرده و در مورد پایداری سیستم بحث کنید. (به کمک sisotool)



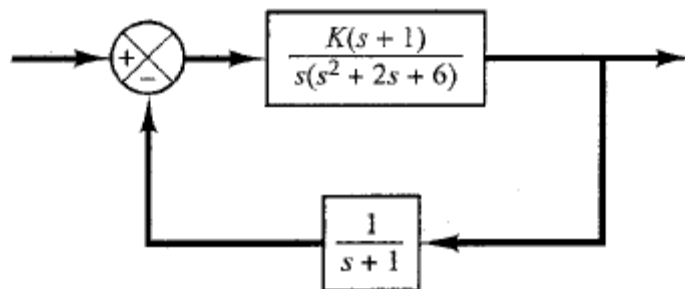
t_r	t_p	t_s	M_p

شکل ۱۴. مکان هندسی ریشه‌های سیستم

جدول ۲. پارامترهای حالت گذرا

تمرین:

۱. سیستم زیر را در نظر بگیرید مکان هندسی ریشه‌ها برای سیستم زیر را به کمک sisotool رسم کنید.



- با افزودن یک صفر حقیقی بر روی نمودار مکان هندسی ریشه‌ها در قسمت Graphical Tuning در جعبه ابزار sisotool و جابه‌جایی آن اثر افزودن صفر را بررسی کنید.
 - با افزودن یک قطب حقیقی بر روی نمودار مکان هندسی ریشه‌ها در قسمت Graphical Tuning در جعبه ابزار sisotool و جابه‌جایی آن اثر افزودن قطب را بررسی کنید.
۲. مکان هندسی ریشه‌های سیستم‌های زیر را به کمک جعبه ابزار sisotool رسم نمایید.

$$\text{a. } G(s) = \frac{k(s+1)(s^2+2)}{(s+3)(s-3)}$$

$$\text{b. } G(s) = \frac{k(s^2+25)s}{s^4+404s^2+1600}$$

$$\text{c. } G(s) = \frac{ke^{-2s}}{(s+1)(s+3)}$$

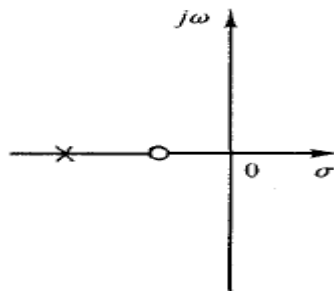
آزمایش ۵: طراحی سیستم‌های کنترل به روش مکان هندسی ریشه‌ها

هدف آزمایش: در این آزمایش دانشجویان با نحوه عملکرد و طراحی کنترلرهای پیش‌فاز، پس‌فاز و پیش‌فاز-پس‌فاز آشنا می‌شوند. همچنین دانشجویان با نحوه اعمال کنترلر به پلانت در sisotool آشنا می‌شود. سپس دانشجویان با طراحی جبران‌ساز برای سیستم گوی معلق به بررسی رفتار این سیستم می‌پردازد.

تئوری آزمایش: اساس طراحی به روش مکان هندسی ریشه‌ها، افزودن قطب و صفر به تابع تبدیل حلقه باز است، به نحوی که مکان هندسی ریشه‌ها تغییر کرده، از محل قطب‌های حلقه بسته مطلوب بگذرد. ویژگی طراحی به روش مکان هندسی ریشه‌ها این است که این رهیافت بر این فرض مبتنی است که سیستم حلقه بسته یک زوج قطب حلقه بسته‌ی غالب دارد. تابع تبدیل کنترل کننده پیش‌فاز به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$G_c(s) = k_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{aT}} = k \frac{T_1s + 1}{T_2s + 1} \quad (0 < a < 1)$$

کنترل کننده پیش‌فاز برای بهبود پاسخ حالت گذرای سیستم استفاده می‌شود و پایداری سیستم را نیز بیشتر می‌کند. آرایش صفر و قطب برای شبکه پیش‌فاز در شکل ۱ نشان داده شده است. همانطور که دیده می‌شود صفر نسبت به قطب به محور $j\omega$ نزدیک‌تر می‌باشد.



شکل ۱. آرایش صفر و قطب برای جبران‌ساز پیش‌فاز

برای طراحی کنترل کننده پیش‌فاز به صورت زیر اقدام کنید:

۱. با توجه به مشخصات عملکرد، محل مطلوب برای قطب‌های حلقه بسته غالب را تعیین کنید.
۲. با رسم مکان هندسی ریشه‌ها تعیین کنید که آیا با تنظیم بهره می‌توان قطب‌های حلقه بسته را به مکان مطلوب برد یا نه. در صورت منفی بودن جواب کمبود زاویه‌ی φ را محاسبه کنید. این کمبود زاویه‌ای است که جبران کننده‌ی پیش‌فاز باید اضافه کند تا مکان هندسی جدید از محل قطب‌های حلقه بسته‌ی مطلوب بگذرد.

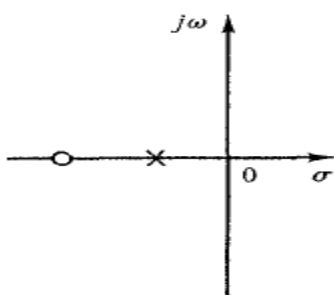
۳. محل صفر و قطب جبران‌ساز (پارامترهای a و T) را به گونه‌ای در نظر بگیرید که کمبود فاز سیستم جبران گردد.

۴. بهره حلقه باز سیستم جبران شده را با توجه به شرط اندازه تعیین کنید و سپس بهره جبران‌ساز را بیابید.

تابع تبدیل کنترل کننده پس‌فاز به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$G_c(s) = \hat{k}_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}} = k \frac{T_1 s + 1}{T_2 s + 1}$$

کنترل کننده پس‌فاز برای بهبود پاسخ حالت دائم سیستم استفاده می‌شود. کنترل کننده پس‌فاز تا حدی از سرعت پاسخ می‌کاهد. آرایش صفر و قطب برای شبکه پس‌فاز در شکل ۲ نشان داده شده است. همانطور که دیده می‌شود قطب نسبت به صفر به محور $j\omega$ نزدیک‌تر می‌باشد.



شکل ۲. آرایش صفر و قطب برای جبران‌ساز پس‌فاز

برای طراحی کنترل کننده پس‌فاز به صورت زیر اقدام کنید:

۱. ثابت خطای ایستای مشخص شده در مسئله را حساب کنید.
۲. میزان افزایش ثابت خطای ایستا برای برآورده شدن مشخصات را تعیین کنید.
۳. مکان قطب و صفر جبران‌ساز پس‌فاز برای افزایش ثابت خطای ایستا، بدون تغییر محسوس مکان هندسی ریشه‌ها، را بیابید.
۴. مکان هندسی ریشه‌های سیستم جبران شده را رسم کنید. محل قطب‌های حلقه بسته غالب را روی مکان هندسی ریشه‌ها مشخص کنید.
۵. بهره $\hat{k}_c$ جبران‌ساز را بر اساس شرط اندازه طوری تعیین کنید که قطب‌های حلقه بسته غالب در محل‌های مطلوب قرار گیرند. ($\hat{k}_c$ تقریباً برابر با یک است).

تابع تبدیل کنترل کننده پیش‌فاز-پس‌فاز به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$G_c(s) = k_c \frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{\gamma}{T_1}} \frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\beta T_2}}$$

اگر هدف بهبود سرعت پاسخ و پاسخ حالت ماندگار باشد، باید هم جبران‌ساز پیش‌فاز و هم جبران‌ساز پس‌فاز به کار برد. استفاده از یک جبران‌ساز پیش‌فاز-پس‌فاز به جای دو جبران‌ساز مجزا به صرفه‌تر است. در طراحی جبران‌ساز پیش‌فاز-پس‌فاز دو حالت $\gamma \neq \beta$ و $\gamma = \beta$ را جدا در نظر می‌گیریم:

حالت ۱. $\gamma \neq \beta$. برای طراحی می‌توان گام‌های زیر را طی کرد:

۱. با توجه به مشخصات عملکرد، محل مطلوب برای قطب‌های حلقه بسته غالب را تعیین کنید.
۲. با توجه به تابع تبدیل حلقه باز $G(s)$ کمبود فاز ϕ برای قرار گرفتن قطب‌های حلقه بسته در محل مطلوب را بیابید. بخش پیش‌فاز جبران‌ساز باید این زاویه را جبران کند.
۳. پس از تعیین محل صفر و قطب جبران‌ساز پیش‌فاز (γT_1) ، سپس مقدار k_c را با توجه به شرط اندازه تعیین کنید:

$$\left| k_c \frac{s_1 + \frac{1}{T_1}}{s_1 + \frac{\gamma}{T_1}} G(s_1) \right| = 1$$

۴. اگر ثابت خطای ایستای سرعت k_v مشخص شده باشد، β را به نحوی تعیین کنید که خواسته‌ی مربوط به k_v تامین شود:

$$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s k_c \frac{\beta}{\gamma} G(s)$$

حالت ۲. $\gamma = \beta$. برای طراحی می‌توان گام‌های زیر را طی کرد:

۱. با توجه به مشخصات عملکرد، محل مطلوب برای قطب‌های حلقه بسته غالب را تعیین کنید.
۲. با توجه به تابع تبدیل حلقه باز $G(s)$ کمبود فاز ϕ برای قرار گرفتن قطب‌های حلقه بسته در محل مطلوب را بیابید. بخش پیش‌فاز جبران‌ساز باید این زاویه را جبران کند.
۳. پس از تعیین محل صفر و قطب جبران‌ساز پیش‌فاز (γT_1) ، سپس مقدار k_c را میابیم.

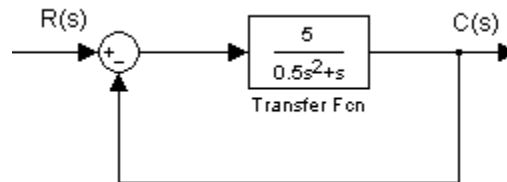
$$k_v = \lim_{s \rightarrow 0} s G_c(s) G(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s k_c G(s)$$

۴. برای بخش پس‌فاز $\gamma = \beta$ می‌باشد و برای T_2 نیز با توجه به β بدست آمده T_2 را طوری تعیین کنید که:

$$\left| \frac{s_1 + (1/T_2)}{s_1 + (1/\beta T_2)} \right| \approx 1, \quad -5^\circ < \angle \frac{s_1 + (1/T_2)}{s_1 + (1/\beta T_2)} < 0^\circ$$

تمرین‌های اولیه:

۱. سیستم شکل ۳ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم محل قطب‌های مطلوب سیستم در $s_{1,2} = -2 \pm j2\sqrt{3}$ قرار گیرد جبران‌ساز مناسب برای سیستم طراحی کنید.



شکل ۳. سیستم کنترلی حلقه بسته

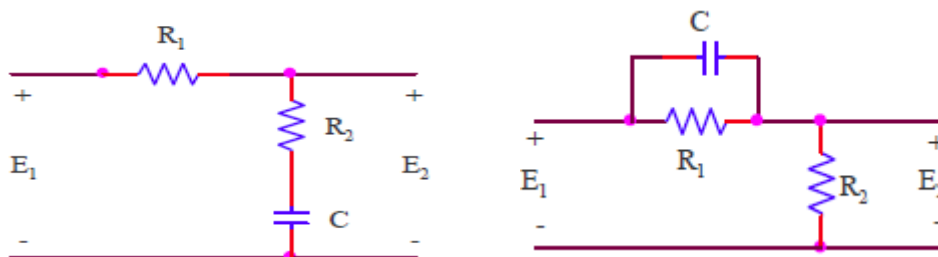
۲. سیستم زیر را در نظر بگیرید می‌خواهیم ثابت ایستای سرعت برای سیستم برابر با ۵ شود. کنترلر مناسب برای سیستم زیر طراحی نمایید.

$$G(s) = \frac{1}{s(s+2)(s+1)}$$

۳. سیستم زیر را در نظر بگیرید. می‌خواهیم محل قطب‌های مطلوب سیستم در $s_{1,2} = -2 \pm j2\sqrt{3}$ قرار گیرد و ثابت ایستای سرعت برای سیستم برابر با ۵۰ شود جبران‌ساز مناسب برای سیستم طراحی کنید.

$$G(s) = \frac{1}{s(s+2)(s+5)}$$

۴. با بدست آوردن توابع تبدیل مدارهای شکل‌های ۴ بیان کنید که هر کدام از این مدارها شبکه پیش‌فاز هستند یا پس‌فاز؟



شکل ۴

۵. تابع تبدیل فرآیند گوی معلق، که آزمایش آن به صورت عملی در آزمایشگاه انجام خواهد شد به صورت زیر است:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2.58}{s(s+20.4)}$$

- تمام پارامترهای حالت گذرا برای سیستم فوق را بدست آورید.
- کنترلر مناسبی طراحی کنید تا زمان نشست سیستم کمتر از ۰.۱ ثانیه و درصد فراجهش کمتر از ۵٪ شود.

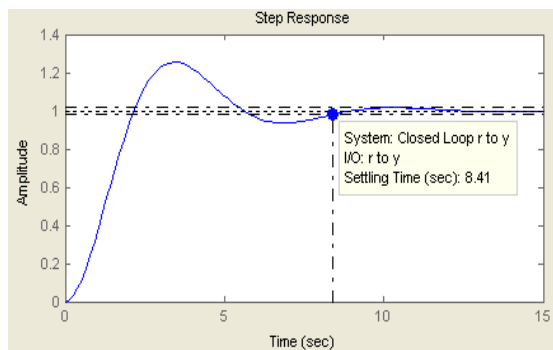
مراحل انجام آزمایش:

A. کنترلی که برای تمرین اولیه ۱ طراحی نمودید را وارد جعبه ابزار sisotool کنید و سپس بررسی کنید که سیستم به محل قطب‌های مطلوب رسیده است یا خیر؟ همچنین کنترلی که برای تمرین اولیه ۲ طراحی نمودید را وارد جعبه ابزار sisotool کنید و سپس بررسی کنید که ثابت خطا به مقدار مورد نظر رسیده است یا خیر؟ این فرآیند را برای تمرین اولیه شماره ۳ نیز انجام دهید.

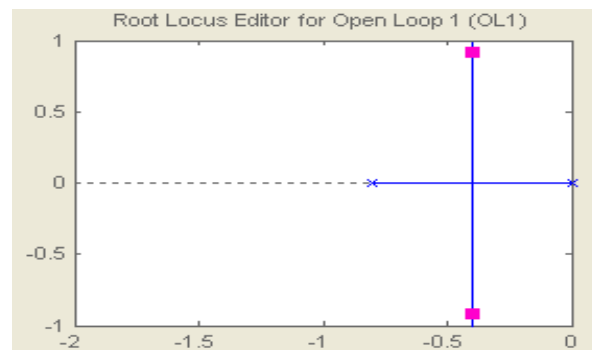
B. بدون طراحی تئوری نیز می‌توان به کمک sisotool و با سعی و خطا کنترل کننده طراحی کرد به عنوان مثال فرض کنید تابع تبدیل حلقه باز زیر داده شده باشد و می‌خواهیم زمان نشست سیستم را به کمتر از ۴ ثانیه برسانیم بدین منظور به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.8s}$$

۱. ابتدا تابع تبدیل فوق را تعریف می‌کنیم و سپس وارد sisotool می‌کنیم.
۲. سپس مکان هندسی ریشه‌ها برای سیستم فوق را در محیط sisotool رسم می‌کنیم که به صورت شکل ۵ در می‌آید. پاسخ پله سیستم نیز در شکل ۶ نمایش داده شده است همانطور که می‌بینید زمان نشست سیستم برابر با ۸.۴۱ ثانیه می‌باشد.

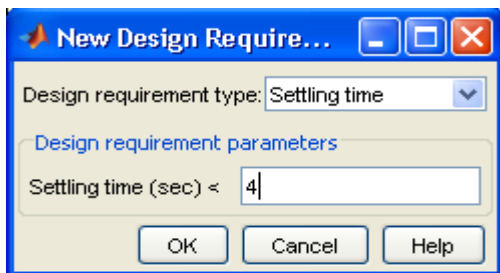


شکل ۶. پاسخ پله سیستم

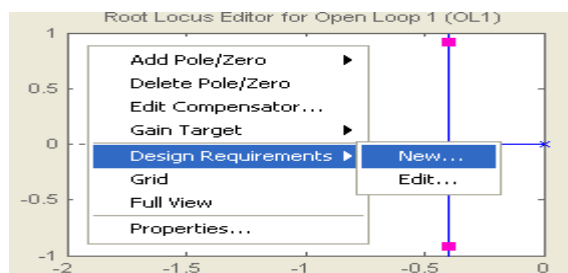


شکل ۵. مکان هندسی ریشه‌های سیستم بدون کنترلر

۳. اکنون محدودیت $t_s < 4s$ را می‌بایست وارد کنیم بدین منظور بر روی مکان رسم شده راست کلیک کرده و سپس از قسمت "Design Requirements" بر روی "new" کلیک می‌کنیم (شکل ۷) که پنجره‌ای به صورت شکل ۸ باز می‌شود

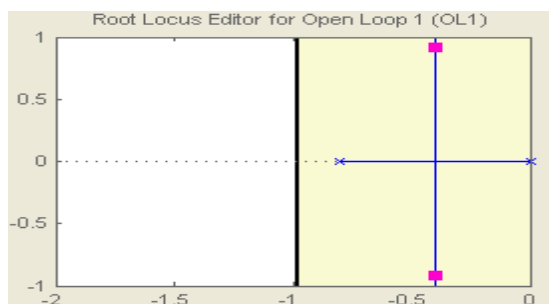


شکل ۸. تعریف پارامترهای محدودیت‌های طراحی



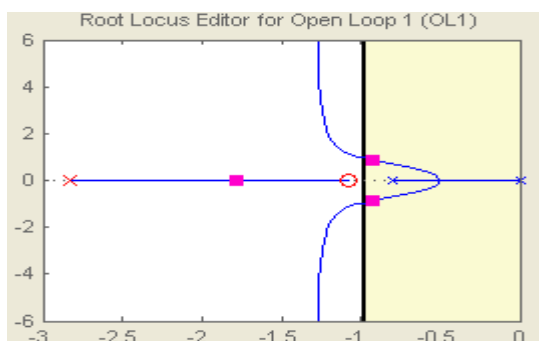
شکل ۷. افزودن محدودیت‌های طراحی بر روی مکان

۴. پس از تعریف محدودیت طراحی (زمان نشست کمتر از ۴ ثانیه)، شکل مکان هندسی با محدودیت اعمال شده به صورت شکل ۹ می‌شود.

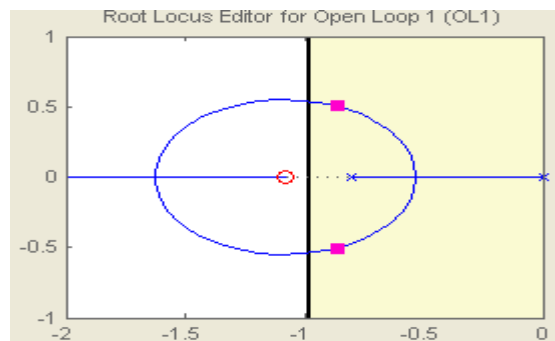


شکل ۹. اعمال محدودیت زمان نشست کمتر از ۴ ثانیه

۵. برای اینکه زمان نشست کمتر از ۴ ثانیه شود می‌بایست قطب‌های حلقه بسته سیستم (مربعات صورتی رنگ) از قسمت زرد رنگ خارج شود. همانطور که مشاهده می‌شود با تغییر بهره، قطب‌های حلقه بسته از قسمت زرد رنگ خارج نمی‌شوند پس ناچاراً باید شاخه‌های مکان را به سمت چپ کشید که بدین منظور یک صفر حقیقی اضافه می‌کنیم. با اضافه کردن این صفر شکل مکان به صورت شکل ۱۰ در می‌آید. کنترلر اکنون دارای یک صفر می باشد و ناسره می‌باشد برای اینکه تابع تبدیل کنترلر ناسره نباشد یک قطب نیز در مکان‌های دورتر از صفر نسبت به محور $j\omega$ اضافه می‌کنیم که به صورت شکل ۱۱ در می‌آید.

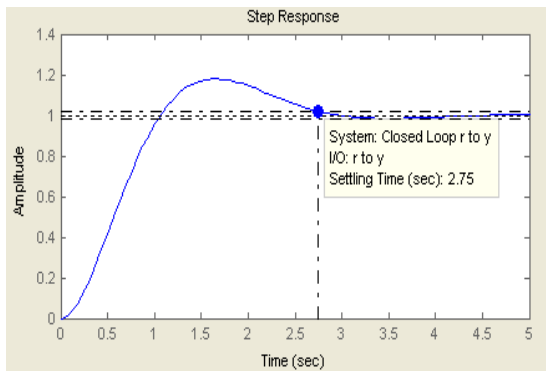


شکل ۱۱. مکان بعد از افزودن صفر و قطب حقیقی

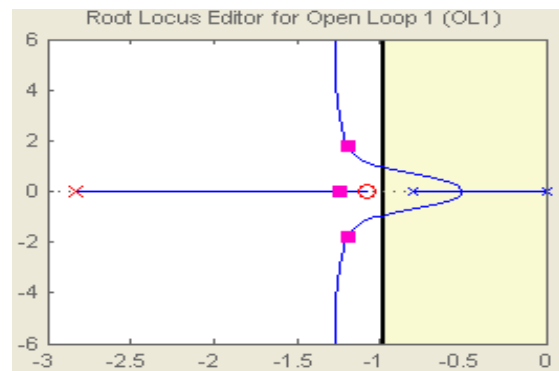


شکل ۱۰. مکان بعد از افزودن صفر حقیقی

۶. اکنون با جابه‌جای قطب‌های حلقه بسته، آن‌ها را از قسمت زرد رنگ خارج می‌کنیم (شکل ۱۲) و سپس پاسخ پله را مشاهده می‌کنیم (شکل ۱۳) همانطور که دیده می‌شود زمان نشست کمتر از ۴ ثانیه شده است.



شکل ۱۳. پاسخ پله سیستم بعد از افزودن کنترلر



شکل ۱۲. خارج کردن قطب‌های حلقه بسته از منطقه تیره

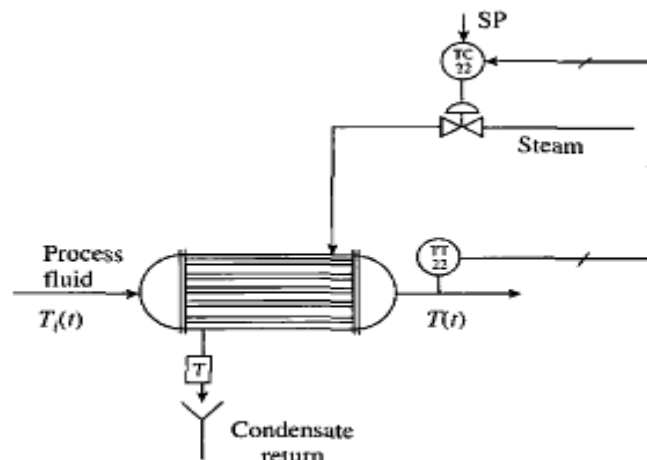
فرآیند فوق را برای سیستم $G(s) = \frac{k}{s(s+3)(s+6)}$ و محدودیت‌های $t_s < 2s$ و $PO < 20\%$ تکرار نمایید و کنترلر را یادداشت کنید.

C. شکل ۱۴ یک فرآیند تبادل گرما را نشان می‌دهد که هدف از این فرآیند نگه داشتن دمای مایع بر روی یک درجه خاص می‌باشد. دما بوسیله سنسور اندازه‌گیری می‌شود و فرستنده TT 22 دمای اندازه‌گیری شده را به کنترلر TC 22 می‌فرستد. TC 22 دمای واقعی را با دمای مطلوب (sp) مقایسه می‌کند. کنترلر به صورت اتوماتیک شیر را باز و یا بسته می‌کند تا اجازه دهد و یا مانع شود که بخار برای تغییر دما به مخزن برسد. بلوک دیاگرام این سیستم در شکل ۱۵ نشان داده شده است. توابع تبدیل را به صورت زیر فرض کنید.

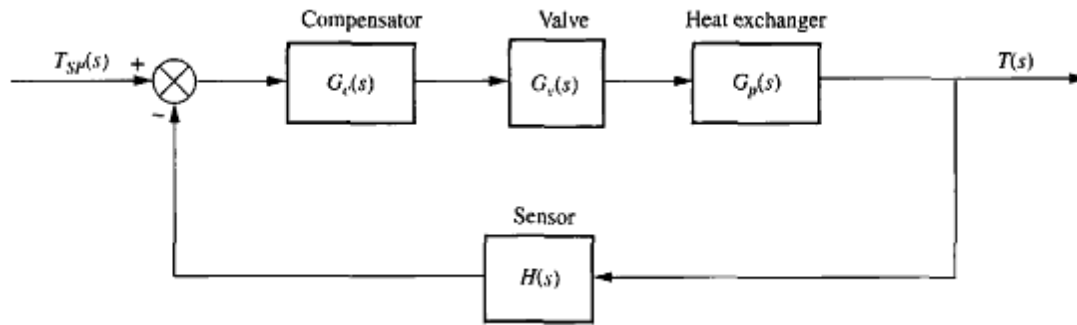
$$G_v(s) = \frac{0.02}{4s + 1}$$

$$G_p(s) = \frac{70}{50s + 1}$$

$$H(s) = \frac{1}{12s + 1}$$



شکل ۱۴. فرآیند تبادل گرما



شکل ۱۵. بلوک دیاگرام فرآیند تبادل گرما

- ابتدا فرض کنید که $G_c(s) = k$ مقدار بهره را به گونه‌ای تعیین کنید که قطب‌های غالب سیستم دارای $\zeta = 0.7$ باشند.
- کنترلی طراحی کنید که زمان نشست را 20% کمتر کند.

D. می‌خواهیم آزمایش مربوط به گوی معلق را انجام دهیم و اثر افزودن کنترلرهای پیش فاز و پس فاز را بر روی پاسخ سیستم مورد بررسی قرار دهیم بدین منظور گام‌های زیر را انجام دهید:

بخش ۱. افزودن کنترلر پیش فاز

۱. نرم افزار LinCon را اجرا کنید و کنترل کننده PID را انتخاب کنید.
۲. پارامترهای کنترل کننده را به صورت $offset=7.8$, $k_I = 0$, $k_D = 0$ و $k_p = 50$ تنظیم نمایید.
۳. مدت زمان آزمایش را ۲۰ ثانیه انتخاب کنید.
۴. ورودی را مربعی انتخاب کرده و سیستم را اجرا کرده و نتایج را ذخیره کنید.
۵. اکنون کنترل کننده lead-lag را انتخاب کنید.
۶. پارامترهای کنترل کننده را به صورت $offset=7.8$, $T_1 = 0.1$, $T_2 = 0.05$ و $k = 50$ تنظیم نمایید. با این عمل به سیستم یک صفر و قطب اضافه کرده‌اید چون $T_1 > T_2$ بنابراین کنترل کننده پیش فاز یا lead می‌باشد.
۷. مدت زمان آزمایش را ۲۰ ثانیه انتخاب کنید. ورودی را مربعی انتخاب کرده و سیستم را اجرا کرده و نتایج را ذخیره کنید.
۸. توضیح دهید اضافه شدن صفر و قطب به سیستم چه تاثیری در عملکرد سیستم کنترلی داشته است. (زمان صعود، زمان نشست، ماکزیمم فراجش و خطای حالت ماندگار)



بخش ۲. افزودن کنترلر پس‌فاز



۱. نرم افزار LinCon را اجرا کنید و کنترل کننده PID را انتخاب کنید.
 ۲. پارامترهای کنترل کننده را به صورت $offset=7.8$, $k_I = 0$, $k_D = 0$ و $k_p = 60$ تنظیم نمایید.
 ۳. مدت زمان آزمایش را ۲۰ ثانیه انتخاب کنید.
 ۴. ورودی را مربعی انتخاب کرده و سیستم را اجرا کرده و نتایج را ذخیره کنید.
 ۵. اکنون کنترل کننده lead-lag را انتخاب کنید.
 ۶. پارامترهای کنترل کننده را به صورت $offset=7.8$, $T_1 = 0.4$, $T_2 = 1$ و $k = 60$ تنظیم نمایید. با این عمل به سیستم یک صفر و قطب اضافه کرده‌اید چون $T_2 > T_1$ بنابراین کنترل کننده پس‌فاز یا lag می‌باشد.
 ۷. مدت زمان آزمایش را ۲۰ ثانیه انتخاب کنید. ورودی را مربعی انتخاب کرده و سیستم را اجرا کرده و نتایج را ذخیره کنید.
 ۸. توضیح دهید اضافه شدن صفر و قطب به سیستم چه تاثیری در عملکرد سیستم کنترلی داشته است. (زمان صعود، زمان نشست، ماکزیمم فراجهش، خطای حالت ماندگار و نوسانی بودن خروجی)
- E.** کنترل کننده‌ای که برای گوی معلق برای تمرین اولیه شماره ۵ طراحی کردید را ابتدا وارد sisotool کرده و تمام پارامترهای حالت گذرا و حالت ماندگار سیستم به همراه کنترل کننده را به کمک این جعبه ابزار بدست آورید. سپس پارامترهای کنترل کننده را وارد نرم افزار LinCon کرده و $offset=7.8$ قرار دهید. مدت زمان آزمایش را ۲۰ ثانیه انتخاب کنید. ورودی را مربعی انتخاب کرده و سیستم را اجرا کرده و نتایج را ذخیره کنید. اکنون نتایج قسمت شبیه‌سازی و عملی را با هم مقایسه کنید.



تمرین:

۱. توسط نرم افزار MATLAB کنترل کننده پیش‌فاز برای گوی معلق چنان طراحی کنید تا سیستم حلقه بسته یک قطب غالب روی محور حقیقی و برابر با ۱۰- داشته باشد.
۲. توسط نرم افزار MATLAB کنترل کننده پس‌فاز برای گوی معلق چنان طراحی کنید تا سیستم حلقه بسته یک قطب غالب روی محور حقیقی و برابر با ۸- داشته باشد. نسبت قطب به صفر کنترل کننده را برابر با ۲ انتخاب کنید.

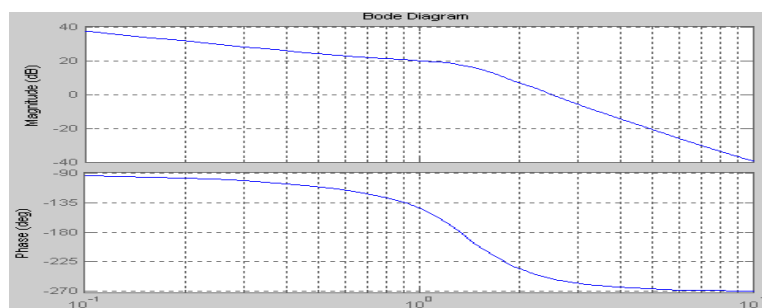
آزمایش ۶: پاسخ فرکانسی

هدف آزمایش: در این آزمایش دانشجو با نحوه رسم نمودارهای پاسخ فرکانسی (بود، نایکویست، نیکولس) به کمک نرم‌افزار MATLAB آشنا می‌شود. سپس به تحلیل سیستم‌ها به کمک نمودار پاسخ فرکانسی رسم شده می‌پردازد.

تئوری آزمایش: منظور از پاسخ فرکانسی پاسخ حالت ماندگار سیستم به ورودی سینوسی است. منظور از تابع تبدیل سینوسی تابع تبدیلی بر حسب $j\omega$ به جای s است. تابع تبدیل سینوسی، که کمیتی مختلط و وابسته به ω است، با دامنه و زاویه‌ی فاز مشخص می‌شود، برای نمایش تابع تبدیل سینوسی ۳ روش وجود دارد:

۱. نمودار بوده یا نمودار لگاریتمی
۲. نمودار نایکویست یا نمودار قطبی
۳. نمودار لگاریتم دامنه بر حسب فاز یا نمودار نیکولس

نمودار بوده: در نمودار بوده تابع تبدیل را با دو نمودار مجزا نمایش می‌دهند؛ یک نمودار تغییرات دامنه بر حسب فرکانس و دیگری زاویه‌ی فاز را بر حسب فرکانس نشان می‌دهد. بیان استاندارد لگاریتم دامنه $G(j\omega)$ ، $20 \log G(j\omega)$ می‌باشد و زاویه‌ی فاز نیز بر حسب درجه می‌باشد. محور افقی هر دو نمودار نیز بر حسب فرکانس می‌باشد که به صورت لگاریتمی مقیاس بندی شده است. استفاده از مقیاس لگاریتمی برای فرکانس به خاطر باز شدن ناحیه‌ی فرکانس‌های پایین بسیار مهم است، زیرا برای اکثر سیستم‌های عملی مشخصات فرکانس پایین بسیار مهم هستند. این که به خاطر لگاریتمی بودن فرکانس نمی‌توان منحنی‌ها را تا فرکانس صفر رسم کرد مشکل جدی ایجاد نمی‌کند. مزیت اصلی استفاده از نمودار بوده این است که ضرب دامنه‌ها به جمع تبدیل می‌شود. شکل ۱ نمونه‌ای از این نمودارها را نشان می‌دهد.

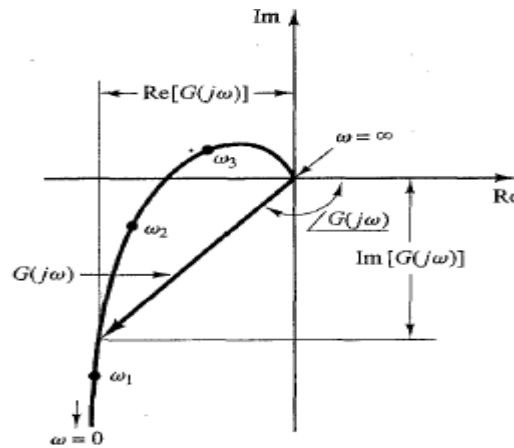


شکل ۱. نمودار بود

نمودار قطبی: نمودار قطبی تابع تبدیل سینوسی $G(j\omega)$ نمودار دامنه $G(j\omega)$ بر حسب زاویه $G(j\omega)$ در مختصات قطبی است، وقتی که ω از صفر تا بینهایت تغییر می‌کند. پس نمودار قطبی مکان هندسی بردارهای زیر

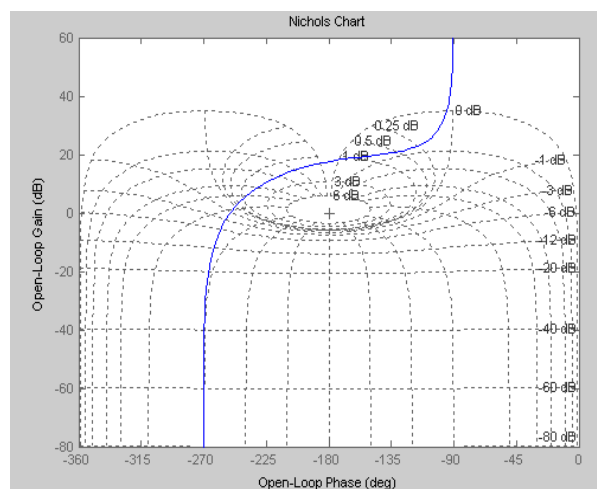
$$|G(j\omega)| \angle G(j\omega)$$

با تغییر ω از صفر تا بینهایت می‌باشد. هر نقطه‌ای این منحنی سر یک بردار به ازای مقدار خاصی از ω است. یک مزیت نمودار قطبی این است که مشخصات پاسخ فرکانسی سیستم در تمام گستره‌ی فرکانسی روی یک نمودار نشان داده می‌شود. یک عیب این نمودار این است که اثر هر عامل تشکیل دهنده‌ی تابع تبدیل حلقه باز را به وضوح نشان نمی‌دهد. شکل ۲ نمونه‌ای از این نمودارها را نشان می‌دهد.



شکل ۲. نمودار قطبی

نمودار لگاریتم دامنه بر حسب فاز. راه دیگر نمایش ترسیمی مشخصات پاسخ فرکانسی استفاده از نمودار لگاریتم دامنه بر حسب فاز است. در این نمودار لگاریتم دامنه بر حسب دسیبل، بر حسب زاویه‌ی فاز یا حاشیه‌ی فاز، در گستره‌ی فرکانسی مورد نظر رسم می‌شود. منحنی حاصل بر حسب ω مقدارگذاری می‌شود این گونه نمودار لگاریتم دامنه بر حسب زاویه‌ی فاز را معمولاً نمودار نیکولس می‌نامند.



شکل ۳. نمودار لگاریتم دامنه بر حسب فاز

حاشیه‌های فاز و بهره. برای بررسی پایداری سیستم‌ها به کمک نمودارهای پاسخ فرکانسی می‌توان از حاشیه‌های فاز و بهره کمک گرفت.

حاشیه بهره. حاشیه بهره، عکس دامنه‌ی $|G(j\omega)|$ در فرکانسی که زاویه فاز -180° می‌شود است. اگر فرکانس عبور زاویه‌ی فاز ω_1 را فرکانسی تعریف کنیم که در آن زاویه‌ی تابع تبدیل حلقه باز -180° می‌شود، حاشیه بهره k_g عبارت است از:

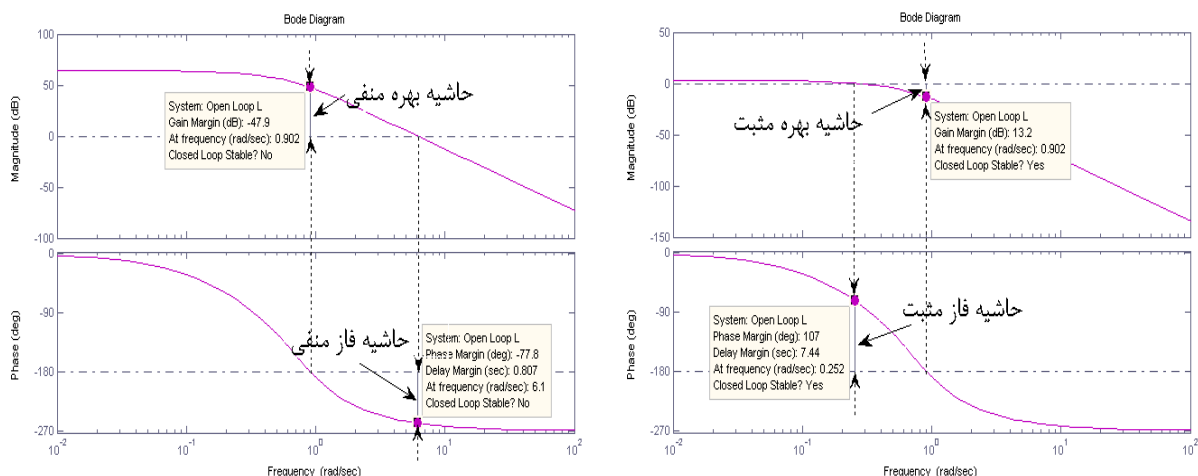
$$k_g = \frac{1}{|G(j\omega_1)|}$$

و بر حسب دسیبل $k_g \text{ dB} = 20 \log k_g = -20 \log |G(j\omega_1)|$ می‌باشد. حاشیه‌ی بهره بر حسب دسیبل مثبت است اگر k_g از یک بزرگتر باشد و منفی است اگر k_g از یک کوچکتر باشد. پس حاشیه‌ی بهره مثبت (بر حسب دسیبل) به معنی پایدار بودن سیستم است و حاشیه‌ی بهره منفی (بر حسب دسیبل) به معنی ناپایدار بودن سیستم است. برای یک سیستم می‌نیم فاز پایدار، حاشیه‌ی بهره نشان می‌دهد که بهره را چقدر می‌توان زیاد کرد بدون اینکه سیستم ناپایدار شود. برای سیستم‌های ناپایدار حاشیه بهره نشان می‌دهد که برای پایدار شدن سیستم باید بهره را چقدر کم کرد.

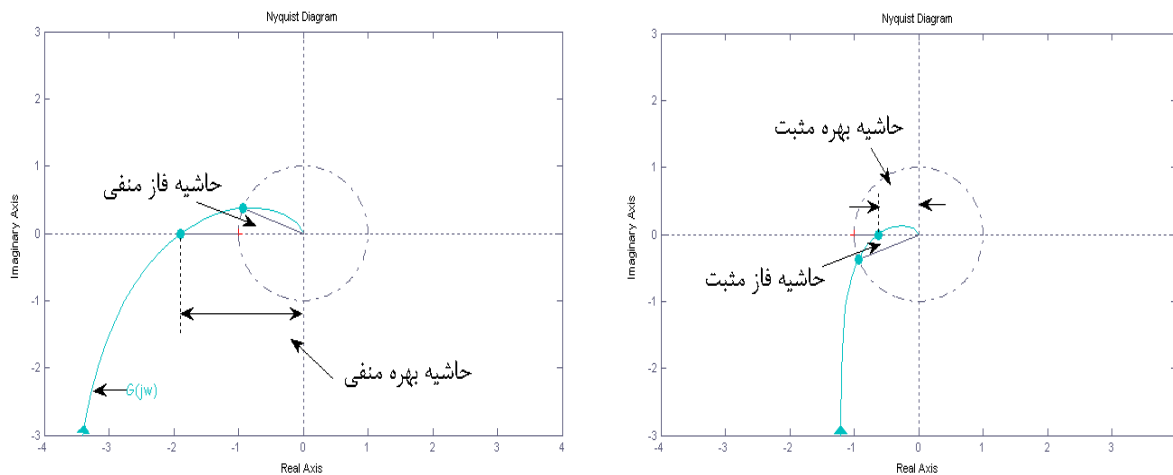
حاشیه فاز. حاشیه‌ی فاز عبارت است از مقدار پسفازی لازم در فرکانس عبور بهره، برای قرار دادن سیستم در مرز ناپایداری. فرکانس عبور بهره فرکانسی است که در آن $|G(j\omega)|$ یعنی دامنه‌ی تابع تبدیل حلقه باز برابر با یک می‌شود. حاشیه‌ی فاز γ ، حاصل جمع 180° و فاز ϕ تابع تبدیل حلقه باز در فرکانس عبور بهره است، یا

$$\gamma = 180^\circ + \phi$$

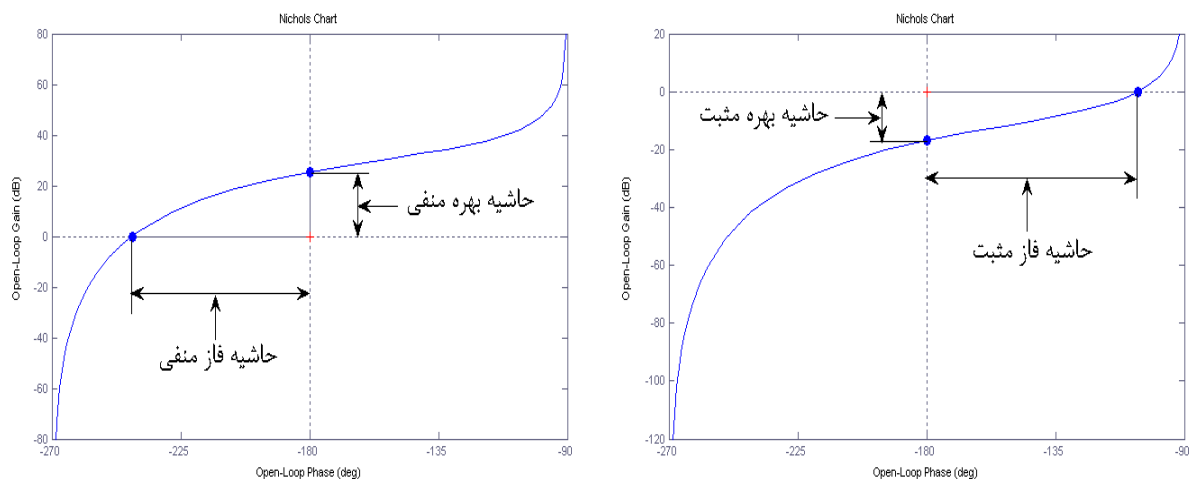
برای این که یک سیستم می‌نیم فاز پایدار باشد، باید حاشیه‌ی فاز آن مثبت باشد. شکل‌های ۴، ۵ و ۶ حاشیه بهره و فاز یک سیستم پایدار و یک سیستم ناپایدار را روی نمودارهای بوده، قطبی (نایکویست) و لگاریتم دامنه بر حسب فاز (نیکولس) نشان می‌دهد.



شکل ۴. حاشیه‌های فاز و بهره‌ی سیستم‌های پایدار و ناپایدار نمودار بوده. سمت راست یک سیستم پایدار و سمت چپ یک سیستم ناپایدار را نشان می‌دهد.



شکل ۵. حاشیه‌های فاز و بهره‌ی سیستم‌های پایدار و ناپایدار نمودار قطبی. سمت راست یک سیستم پایدار و سمت چپ یک سیستم ناپایدار را نشان می‌دهد.



شکل ۶. حاشیه‌های فاز و بهره‌ی سیستم‌های پایدار و ناپایدار نمودار نیکولس. سمت راست یک سیستم پایدار و سمت چپ یک سیستم ناپایدار را نشان می‌دهد.

معیار پایداری نایکویست . معیار پایداری نایکویست پایداری سیستم حلقه بسته را برحسب پاسخ فرکانسی حلقه باز و قطب‌های حلقه باز تعیین می‌کند.

اگر مسیر نایکویست در صفحه‌ی s ، Z صفر و P قطب تابع $1+G(s)H(s)$ را در جهت ساعتگرد دور بزند و از هیچ یک از قطب‌ها و صفرهای تابع $1+G(s)H(s)$ نگذرد، مسیر متناظر در صفحه‌ی $G(s)H(s)$ نقطه‌ی $-1+j0$ را $N=Z-P$ بار در جهت ساعتگرد دور می‌زند. (N منفی به معنای دور زدن در جهت پادساعتگرد است.)

رسم نمودارهای پاسخ فرکانسی به کمک MATLAB.

نمودار بوده. دستور `bode` دامنه و زاویه‌ی فاز پاسخ فرکانسی را رسم می‌کند. اگر دستور `bode` بدون آرگومان سمت چپ به کامپیوتر داده شود، MATLAB نمودار بوده را رسم می‌کند. دستور `bode` را به فرم‌های زیر می‌توان استفاده نمود:

`bode(num,den) – bode(num,den,w) – bode (A,B,C,D) – bode(A,B,C,D,w) – bode (sys)`

`bode(sys1,sys2,...,sysN) - bode(sys1,'PlotStyle1',...,sysN,'PlotStyleN')`

دستور `bode` با آرگومان‌های سمت چپ، به عنوان مثال به صورت `[mag,phase,w]=bode(num,den)` پاسخ فرکانسی را در آرایه‌های ۳بعدی `mag`، `phase` و ماتریس `w` ثبت می‌کند. در این حالت نموداری بر روی صفحه رسم نمی‌شود. متغیرهای `mag` و `phase` دامنه و فاز پاسخ فرکانسی سیستم، محاسبه شده در فرکانس‌های قید شده در بردار `w` را در بر دارند. `mag` و `phase`، آرایه‌های ۳بعدی با ابعاد (تعداد خروجی‌ها)*(تعداد ورودی‌ها)*(طول بردار `w`) می‌باشند. زاویه‌ی فاز بر حسب درجه داده می‌شود. دامنه را می‌توان با دستور زیر به دسیبل تبدیل کرد:

`magdB=20*log10(mag)`

یا به راحتی می‌توان از دستور روبه‌رو استفاده کرد:

`magdB = mag2db(mag)`

برای تبدیل از دسیبل به اندازه می‌توان از دستور روبه‌رو استفاده نمود:

`mag = mag2db(magdB)`

نمودار نایکویست. نمودارهای نایکویست نیز مانند نمودارهای بوده برای نمایش پاسخ فرکانسی سیستم‌های کنترل خطی و مستقل از زمان بسیار به کار می‌رود. دستور `nyquist` پاسخ فرکانسی سیستم‌ها را محاسبه می‌کند. وقتی این دستور بدون آرگومان سمت چپ به کار رود نمودار نایکویست روی صفحه رسم می‌شود. دستور `nyquist` را به فرم‌های زیر می‌توان استفاده نمود:

`nyquist(num,den) – nyquist(num,den,w) – nyquist(A,B,C,D) - nyquist(A,B,C,D,w)`

`nyquist(A,B,C,D,iu,w) - nyquist(sys) - nyquist(sys,w) - nyquist(sys1,sys2,...,sysN,w)`

در دستورهایی که بردار فرکانس توسط کاربر تعیین می‌شود از فرکانس‌هایی که توسط کاربر در بردار `w` مشخص شده است، استفاده می‌شود. بردار `w` فرکانس‌هایی را که در آن‌ها پاسخ فرکانسی محاسبه می‌شود، بر حسب رادیان بر ثانیه در بر دارد. دستور `nyquist` با آرگومان‌های سمت چپ، به عنوان مثال به صورت `[re,im,w]=nyquist(sys)` پاسخ فرکانسی را در آرایه‌های ۳بعدی `re`، `im` و ماتریس `w` ثبت می‌کند و نموداری روی صفحه رسم نمی‌شود. آرایه‌های `re` و `im` به ترتیب بخش‌های حقیقی و موهومی پاسخ فرکانسی سیستم را در بر دارند. آرایه‌های `re` و `im` (تعداد خروجی‌ها)*(تعداد ورودی‌ها)*(طول بردار `w`) می‌باشند.

نمودار نیکولس. برای رسم نمودار نیکولس می‌توان از دستور `nichols` استفاده نمود. دستور `nichols` با آرگومان‌های سمت چپ، به عنوان مثال به صورت `[mag,phase,w]=nichols(sys)` پاسخ فرکانسی را در آرایه‌های ۳ بعدی `mag`، `phase` و ماتریس `w` ثبت می‌کند. فاز را بر حسب درجه و فرکانس را بر حسب رادیان بر ثانیه بر می‌گرداند. `mag` و `phase` آرایه‌های سه بعدی شبیه آن چیزی که در دستور `bode` تولید شدند می‌باشند.

حاشیه‌ی فاز، حاشیه‌ی بهره، فرکانس عبور فاز و فرکانس عبور بهره. برای بدست آوردن حاشیه فاز، حاشیه بهره، فرکانس عبور فاز و فرکانس عبور بهره می‌توان از دستور زیر استفاده نمود:

$$[Gm,pm,wcp,wcg]=margin(sys)$$

که در آن `pm` حاشیه‌ی فاز، `Gm` حاشیه‌ی بهره، `wcp` فرکانس عبور فاز، `wcg` فرکانس عبور بهره است. برای بدست آوردن `Gm` بر حسب دسیبل می‌توان از دستور زیر استفاده نمود:

$$Gm_{db} = \text{mag2db}(Gm)$$

یافتن پاسخ فرکانسی در یک فرکانس خاص. برای یافتن پاسخ فرکانسی در یک فرکانس خاص از دستور `evalfr` می‌توان استفاده نمود. برای یافتن پاسخ فرکانسی در چند فرکانس مختلف می‌توان از دستور `freqresp` به صورت زیر استفاده نمود:

$$H = \text{freqresp}(sys,w)$$

انجام تنظیمات دلخواه بر روی نمودارهای پاسخ فرکانسی. به کمک دستورات `p=bodeoptions` و `p=nicholsoptions` می‌توان لیستی از مواردی که در رسم این دو نمودار رعایت شده است را بدست آورد. فرض کنید مثلاً دستور `p=bodeoptions` را تایپ کرده‌ایم و اکنون مثلاً می‌خواهیم فقط نمودار دامنه را داشته باشیم و نمودار فاز را نداشته باشیم بدین منظور دستور `p.phasevisible='off'` را تایپ می‌کنیم.

تمرین‌های اولیه:

۱. نمودار بود را برای سیستم‌های زیر رسم کنید و سپس حاشیه فاز، حاشیه بهره، فرکانس عبور بهره و فرکانس عبور فاز را بدست آورید.

$$a. g(s) = \frac{10(1+s/0.1)}{1+s} \quad b. H(s) = \frac{5(1+0.1s)}{s(1+0.5s)(1+\frac{0.6}{50}s+(\frac{s}{50})^2)}$$

۲. نمودار نایکویست را برای سیستم‌های زیر رسم کنید سپس با استفاده از معیار پایداری نایکویست در مورد پایداری سیستم‌ها صحبت کنید.

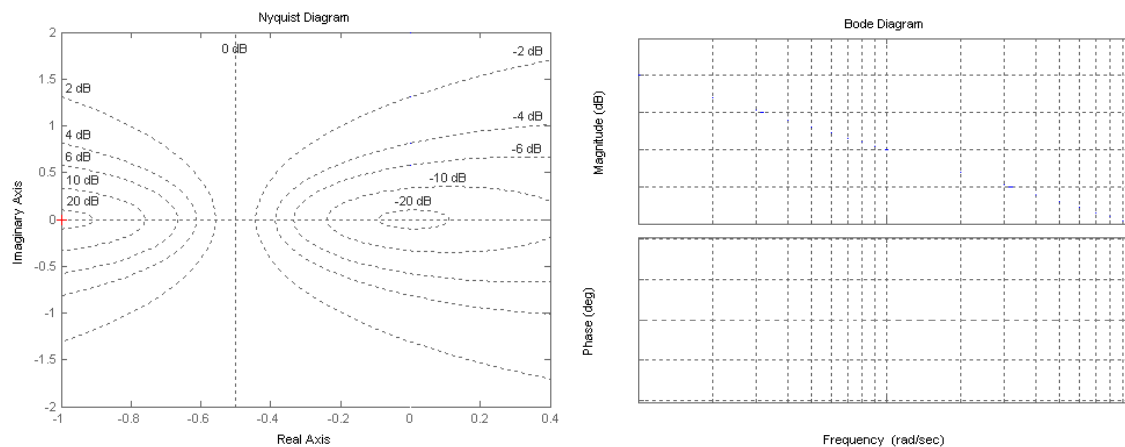
$$a. G(s) = \frac{10}{s(s+1)} \quad b. G(s)H(s) = \frac{k}{s^2(Ts+1)} \quad c. G(j\omega)H(j\omega) = \frac{k}{(T_1j\omega+1)(T_2j\omega+1)}$$

۳. نمودارهای نایکویست و بود را برای سیستم زیر رسم کنید و حاشیه‌ی فاز و بهره را در هر دو نمودار بدست آورید.

$$d.G(s)H(s) = \frac{10(s+0.5)}{s^2(s+2)(s+10)}$$

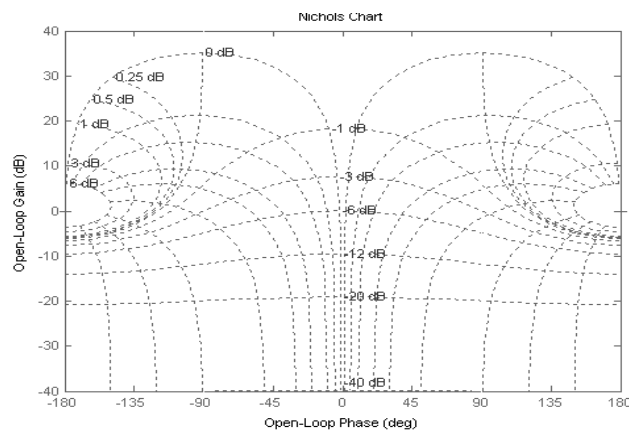
مراحل انجام آزمایش:

A. برای عوامل پایه‌ای مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر هر سه نمودار بود، نایکویست و نیکولس را به کمک دستورات MATLAB رسم کنید. و سپس به کمک دستور margin حاشیه فاز و بهره را بدست آورید.



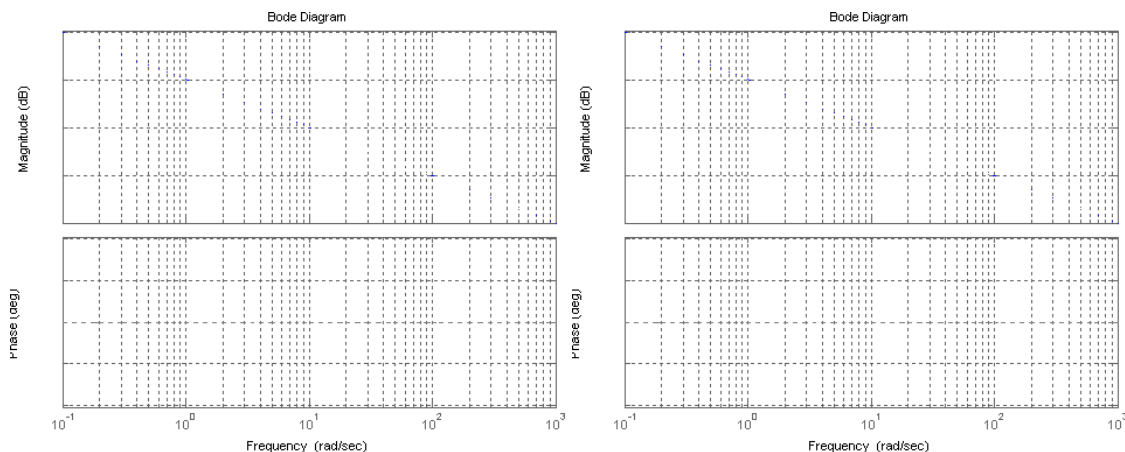
شکل ۷. نمودار بود مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر

شکل ۸. نمودار نایکویست مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر



شکل ۹. نمودار نیکولس مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر

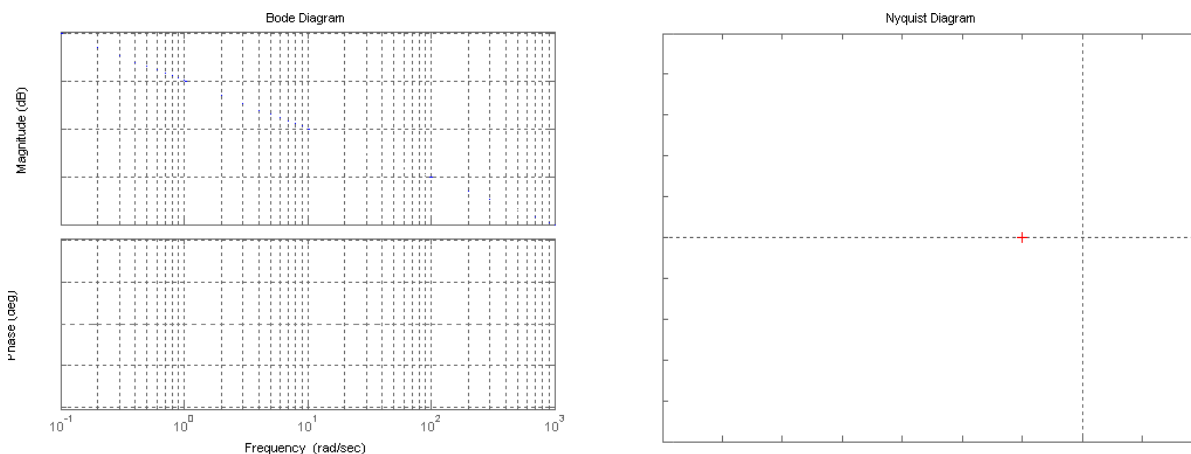
B. برای تمرین اولیه‌ی یک، نمودار بود را با استفاده از جعبه ابزار sisotool و قسمت Graphical Tuning رسم کنید و موارد خواسته شده را نیز بدست آورید.



شکل ۱۰. نمودارهای بود برای تمرین اولیه ۲

C. برای تمرین اولیه‌ی دو، با فرض $k=1, T=2$ نمودار نایکویست را با استفاده از جعبه ابزار `sisotool` و قسمت `Analysis` رسم کنید و سپس در مورد پایداری سیستم با استفاده از معیار پایداری نایکویست صحبت کنید. سپس حاشیه فاز و بهره را نیز بیابید.

D. برای تمرین اولیه سه نمودارهای بود و نایکویست را به کمک جعبه ابزار `sisotool` و قسمت `Analysis` رسم کنید. حاشیه فاز و بهره را نیز بدست آورید. سپس بهره را بر روی مکان هندسی به صورت پیوسته تغییر دهید و به صورت همزمان نمودارهای بود و نایکویست را مشاهده کنید. با افزایش بهره در مورد حاشیه فاز و حاشیه بهره و همچنین پایداری سیستم بحث کنید.



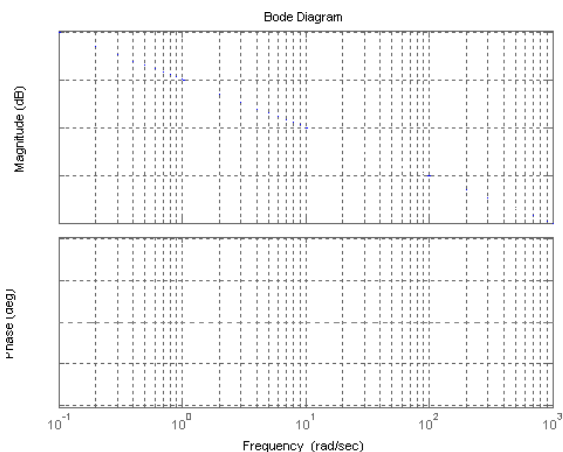
شکل ۱۱. نمودار نایکویست و اثر افزودن بهره

شکل ۱۲. نمودار بود و اثر افزودن بهره

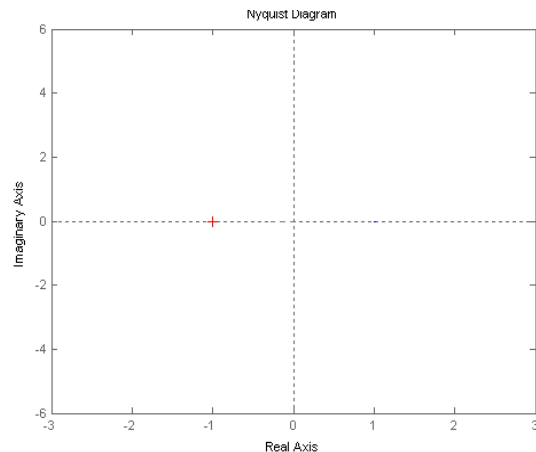
E. سیستم مرتبه ۲ زیر را فرض کنید. برنامه ای بنویسید که نمودار بود و نایکویست را برای حالت‌های

$\zeta = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9$ رسم کند. (ω_n را برابر با ۲ فرض کنید)

$$G(s)H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$



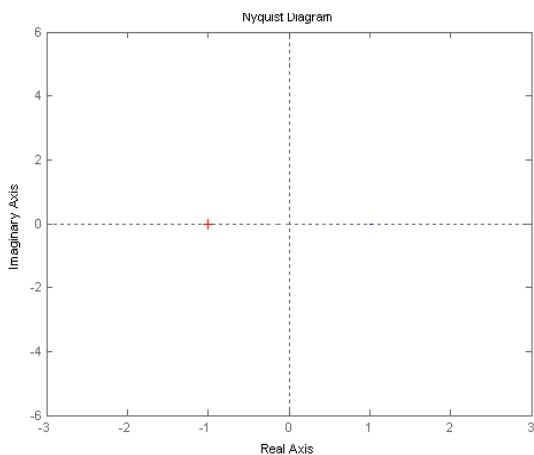
شکل ۱۴. نمودار بود و اثر افزودن بهره



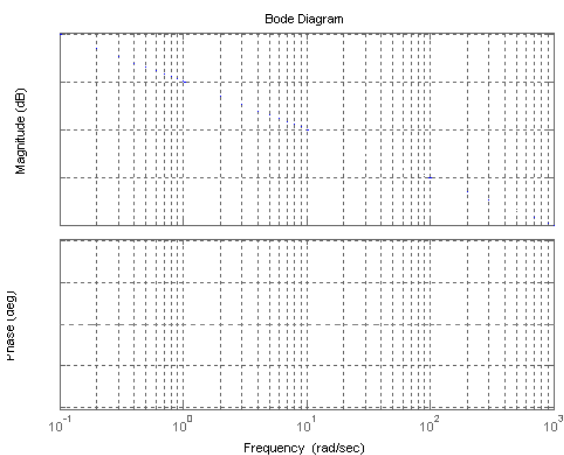
شکل ۱۳. نمودار نایکویست و اثر افزودن بهره

F. می خواهیم اثر تاخیر را بر روی نمودارهای پاسخ فرکانسی بینیم بدین منظور برای المان تاخیر (e^{-Ts}) نمودار بود و برای سیستم زیر دو نمودار نایکویست و نیکولس را رسم نمایید.

$$G(j\omega) = \frac{e^{-j\omega}}{(1 + 5j\omega)}$$



شکل ۱۶. نمودار نایکویست

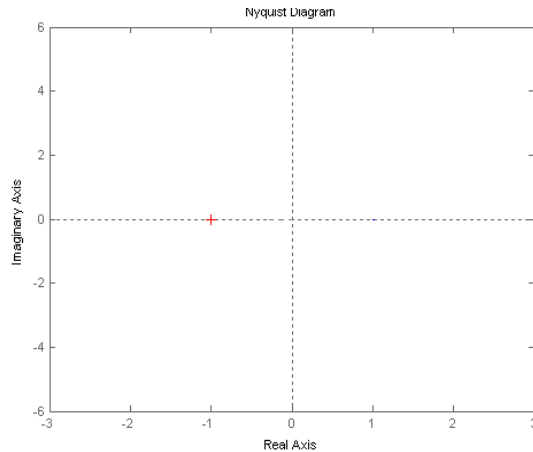


شکل ۱۵. نمودار بود برای المان تاخیر

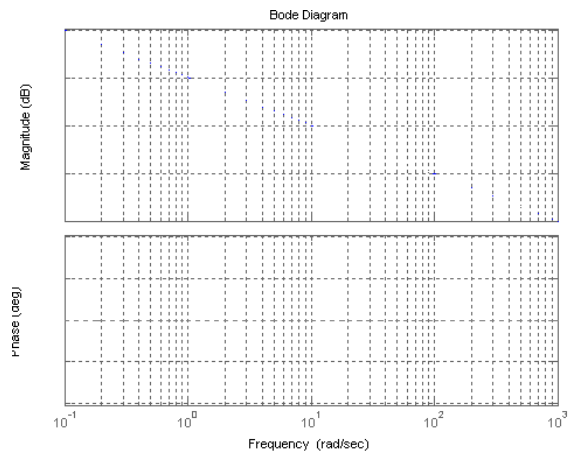
G. برای سیستم‌های غیرمینیمم فاز زیر نمودارهای بود و نایکویست را رسم کنید.

$$a. G(s)H(s) = \frac{1}{s(s-1)}$$

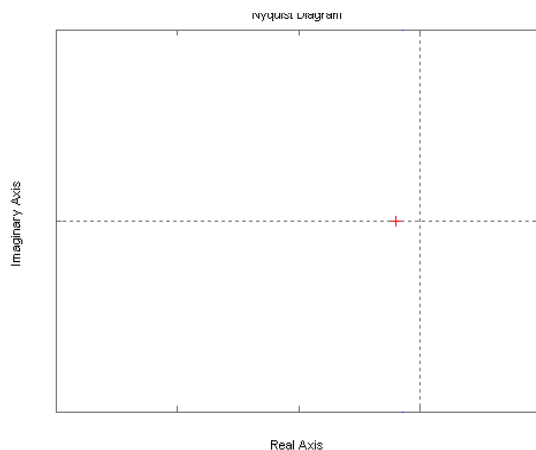
$$b. G(s)H(s) = \frac{2(s+3)}{s(s-1)}$$



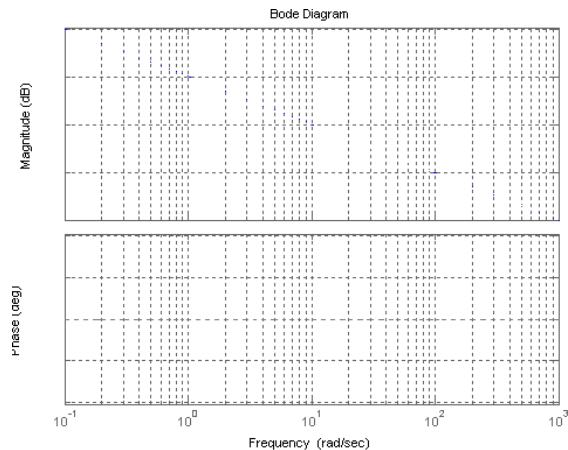
شکل ۱۸. نمودار نایکوئیست سیستم a



شکل ۱۷. نمودار بود سیستم a



شکل ۲۰. نمودار نایکوئیست سیستم b



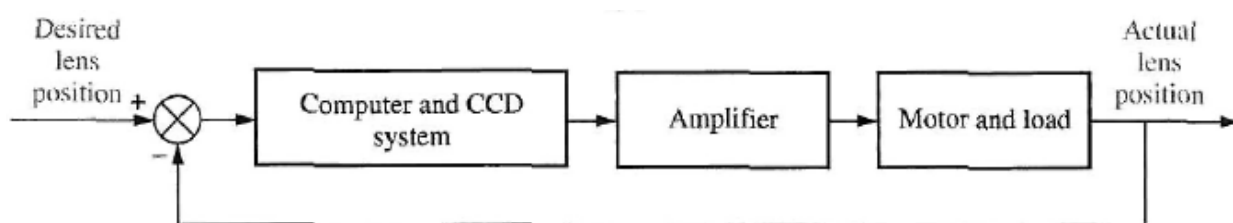
شکل ۱۹. نمودار بود سیستم b

H. قطعه‌ای تحت عنوان CCD^1 در دوربین‌های فیلم‌برداری برای تبدیل تصاویر به سیگنال‌های الکتریکی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این قطعه همچنین به عنوان بخشی از سیستم فوکاس اتوماتیک در دوربین‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. فوکاس اتوماتیک با متمرکز کردن مرکز تصویر بر روی آرایه‌ی CCD از طریق دو لنز صورت می‌گیرد. جدایی و یا تفکیک دو تصویر بر روی CCD به فوکاس مربوط می‌شود. دوربین جدایی دو تصویر را حس می‌کند، و کامپیوتر لنز را درایو می‌کند و تصویر را فوکاس می‌کند. سیستم فوکاس اتوماتیک یک سیستم کنترل موقعیت می‌باشد، که مکان مطلوب لنزها ورودی سیستم می‌باشد که با اشاره کردن دوربین بر روی شی انتخاب می‌شود. خروجی، مکان واقعی لنزها می‌باشد. شکل ۲۱ یک نمونه از این دوربین‌ها را نشان می‌دهد. شکل ۲۲ بلوک دیاگرام فوکاس اتوماتیک را به عنوان یک سیستم کنترل موقعیت نشان می‌دهد. فرض کنید که مدل ساده شده مطابق شکل ۲۳ باشد نمودارهای بود، نایکوئیست و نیکولز را رسم کرده و به کمک نمودارهای بود رسم شده درصد فراجشش برای ورودی پله را تخمین بزنید.

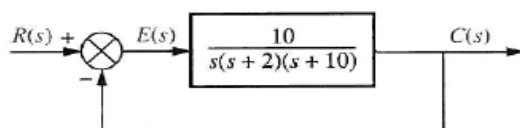
¹ Charge-coupled device



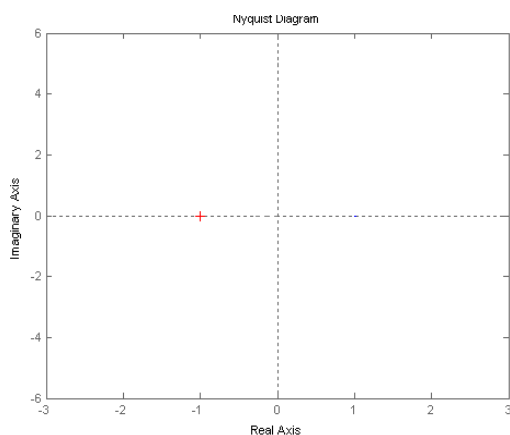
شکل ۲۱. نمایی از برش عرضی بر روی یک دوربین دیجیتالی که قسمت‌هایی از سیستم فوکس اتوماتیک CCD را نشان می‌دهد



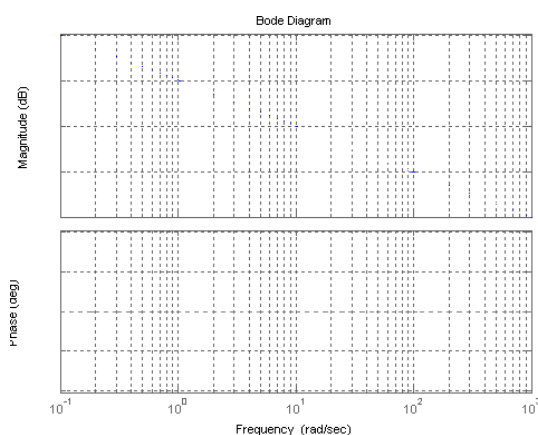
شکل ۲۲. بلوک دیاگرام سیستم فوکس اتوماتیک



شکل ۲۳. بلوک دیاگرام ساده شده سیستم فوکس اتوماتیک



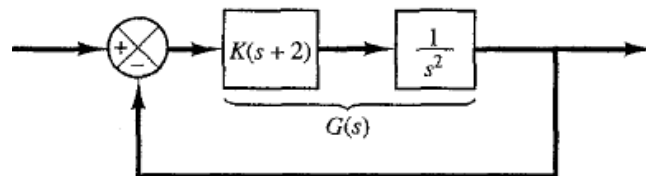
شکل ۲۵. نمودار نایکوئیست سیستم فوکس اتوماتیک



شکل ۲۴. نمودار بود سیستم فوکس اتوماتیک

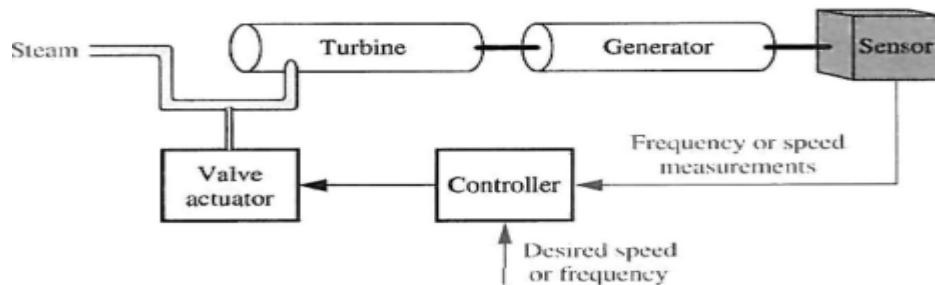
تمرین:

۱. شکل زیر نمودار بلوکی سیستم کنترل یک فضاپیما را نشان می‌دهد. با استفاده از جعبه ابزار sisotool بهره‌ی k را به گونه‌ای تعیین کنید که حاشیه فاز 50° باشد. در این حالت حاشیه بهره چقدر است؟ حداکثر میزان تاخیری که می‌توان به سیستم اعمال کرد و سیستم همچنان پایدار بماند را مشخص کنید.

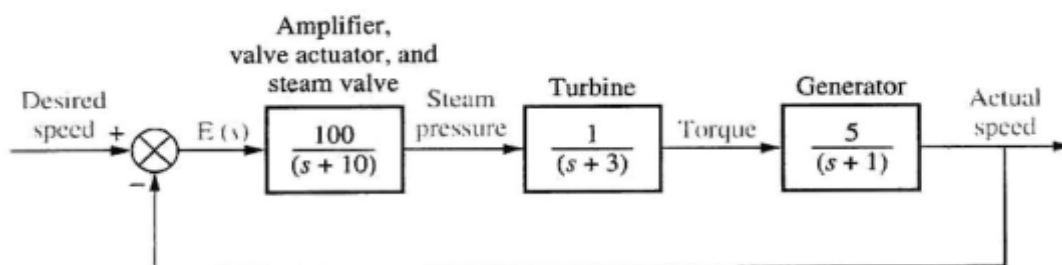


شکل ۲۶. نمودار بلوکی سیستم کنترل فضاپیما

۲. کنترل سرعت کاربرد بسیار زیادی در صنعت دارد. شکل ۲۷ یکی از این کاربردها را نشان می‌دهد: کنترل فرکانس خروجی حاصل از جفت توربین و ژنراتور در نیروگاه الکتریکی. با تنظیم کردن سرعت، سیستم کنترل اطمینان می‌دهد که فرکانس تولید شده در یک تلرانس معین باقی می‌ماند. انحرافات از سرعت مطلوب حس می‌شود و دریچه بخار برای جبران کردن خطای سرعت تغییر می‌کند. بلوک دیاگرام سیستم در شکل ۲۸ نشان داده شده است. نمودارهای نایکویست، بود و نیکولز را برای سیستم رسم کنید. سپس حاشیه فاز و حاشیه بهره را نیز بیابید. همچنین با استفاده از معیار پایداری نایکویست در مورد پایداری سیستم صحبت کنید.



شکل ۲۷



شکل ۲۹. بلوک دیاگرام سیستم کنترل سرعت برای شکل ۲۸

آزمایش 7: طراحی سیستم‌های کنترل به روش تحلیل پاسخ فرکانسی

هدف آزمایش: در این آزمایش طراحی کنترل کننده‌های پیش‌فاز و پس‌فاز به روش پاسخ فرکانسی بررسی می‌گردد. سپس دانشجو با طراحی جبران‌ساز به روش پاسخ فرکانسی برای سیستم گوی معلق به بررسی رفتار این سیستم می‌پردازد.

تئوری آزمایش: در طراحی یک سیستم کنترل، عملکرد حوزه زمان معمولاً مهمترین عملکرد است. در رهیافت پاسخ فرکانسی عملکرد پاسخ گذرا را به نحوی غیر مستقیم مشخص می‌کنیم. در این رهیافت عملکرد پاسخ گذرا بر حسب حاشیه‌ی فاز، حاشیه‌ی بهره، دامنه‌ی قله‌ی تشدید، فرکانس عبور بهره، فرکانس تشدید، پهنای باند و ثابت‌های خطای حالت ماندگار بیان می‌شود. طراحی در حوزه فرکانس ساده و سرراست می‌باشد. نمودار پاسخ فرکانسی به روشی نشان می‌دهد که سیستم چگونه باید اصلاح شود، هرچند پیش‌بینی دقیق و کمی مشخصات پاسخ گذرا ممکن نیست.

طراحی در حوزه فرکانس دو روش اساسی دارد، یکی روش نمودار قطبی، و یکی روش نمودار بوده. با افزودن جبران‌ساز نمودار قطبی تغییر شکل می‌دهد و باید نمودار دیگری رسم شود، این کاری وقت‌گیر است و بنابراین مناسب نیست. ولی نمودار بود جبران‌ساز را به سادگی می‌توان با نمودار بود اصلی جمع کرد.

جبران‌سازی پیش‌فاز بر اساس رهیافت پاسخ فرکانسی. کار اصلی جبران‌ساز پیش‌فاز تغییر شکل دادن منحنی پاسخ فرکانسی است، به نحوی که زاویه‌ی پیش‌فازی لازم برای جبران پس‌فازی اضافی ایجاد شده توسط سیستم اصلی ایجاد شود. روند طراحی جبران‌ساز پیش‌فاز با رهیافت پاسخ فرکانسی از این قرار است:

۱. جبران‌ساز پیش‌فاز زیر را در نظر بگیرید:

$$G_c(s) = k_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}} = k_c \alpha \frac{Ts + 1}{\alpha Ts + 1}, \quad 0 < \alpha < 1$$

فرض کنید $k_c \alpha = k$ بنابراین $G_c(s) = k \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$ پس تابع تبدیل حلقه باز سیستم جبران‌شده به صورت زیر در می‌آید:

$$G_c(s)G(s) = k \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} G(s) = \frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} G_1(s)$$

که در آن $G_1(s) = kG(s)$ می‌باشد. اکنون بهره‌ی k را به نحوی تعیین می‌کنیم که خواسته‌هایمان در مورد ثابت خطای ایستا برآورده شود.

۲. با استفاده از k بدست آمده نمودار بود $G_1(j\omega)$ ، یعنی سیستم جبران نشده ولی دارای بهره‌ی تنظیم شده، را رسم می‌کنیم و حاشیه‌ی فاز را تعیین می‌کنیم.

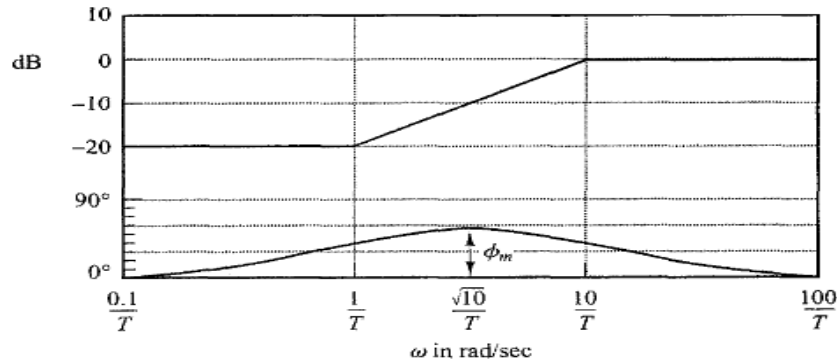
۳. زاویه‌ی پیش‌فازی لازم ϕ برای افزودن به سیستم را تعیین می‌کنیم. 5° تا 12° به زاویه‌ی پیش‌فازی لازم اضافه می‌کنیم زیرا با گذاشتن جبران‌ساز پیش‌فاز فرکانس عبور بهره به سمت راست می‌رود و حاشیه‌ی فاز کم می‌شود.
۴. با استفاده از معادله‌ی $\sin \phi_m = \frac{(1-\alpha)}{(1+\alpha)}$ ضریب تضعیف α را بدست می‌آوریم. فرکانسی را که در آن دامنه‌ی سیستم جبران نشده‌ی $G_1(j\omega)$ برابر $-20 \log(\frac{1}{\sqrt{\alpha}})$ است می‌یابیم. این فرکانس را به عنوان فرکانس عبور بهره‌ی جدید برمی‌گزینیم. این فرکانس با $\omega_m = \frac{1}{T\sqrt{\alpha}}$ متناظر است و ماکزیمم زاویه‌ی فاز ϕ_m در آن رخ می‌دهد.
۵. فرکانس‌های گوشه‌ای جبران‌ساز را به صورت زیر تعیین می‌کنیم:

$$\omega = \frac{1}{T} \quad \text{صفر جبران‌ساز پیش‌فاز:}$$

$$\omega = \frac{1}{\alpha T} \quad \text{قطب جبران‌ساز پیش‌فاز:}$$

۶. با استفاده از k بدست آمده در گام ۱ و α بدست آمده در گام ۴ ثابت k_c را به صورت روبه‌رو محاسبه می‌کنیم. $k_c = \frac{k}{\alpha}$
۷. حاشیه‌ی بهره را بررسی می‌کنیم تا از رضایتبخش بودن آن اطمینان حاصل کنیم. اگر چنین نبود فرآیند طراحی را با اصلاح محل صفرها و قطب‌ها تکرار می‌کنیم تا نتایج دلخواه حاصل شود.

شکل یک نمودار بود جبران‌ساز پیش‌فاز را نشان می‌دهد.



شکل ۱. نمودار بود جبران‌ساز پیش‌فاز

جبران‌سازی پس‌فاز بر اساس رهیافت پاسخ فرکانسی. کار اصلی جبران‌ساز پس‌فاز ایجاد تضعیف در فرکانس‌های بالاست، به نحوی که حاشیه‌ی فاز سیستم به حد مطلوب برسد. روند طراحی جبران‌ساز پس‌فاز با رهیافت پاسخ فرکانسی از این قرار است:

۱. جبران‌ساز پس‌فاز زیر را در نظر بگیرید:

$$G_c(s) = k_c \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}} = k_c \beta \frac{Ts + 1}{\beta Ts + 1}, \quad \beta > 1$$

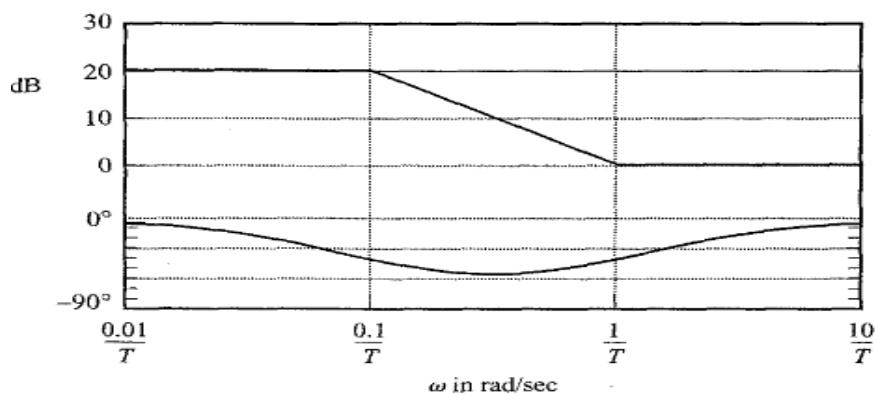
فرض کنید $k_c \beta = k$ بنابراین $G_c(s) = k \frac{Ts+1}{\beta Ts+1}$ پس تابع تبدیل حلقه باز سیستم جبران‌شده به صورت زیر در می‌آید:

$$G_c(s)G(s) = k \frac{Ts+1}{\beta Ts+1} G(s) = \frac{Ts+1}{\beta Ts+1} G_1(s)$$

که در آن $G_1(s) = kG(s)$ می‌باشد. اکنون بهره‌ی k را به نحوی تعیین می‌کنیم که خواسته‌هایمان در مورد ثابت خطای ایستا برآورده شود.

۲. اگر سیستم جبران نشده‌ی $G_1(j\omega) = kG(j\omega)$ حاشیه‌ی فاز و حاشیه‌ی بهره‌ی خواسته شده را ندارد، فرکانسی را که در آن فاز تابع تبدیل حلقه باز برابر با -180° درجه به اضافی حاشیه‌ی فاز لازم می‌شود را بیابید. حاشیه‌ی فاز لازم، حاشیه‌ی فاز خواسته شده به اضافی 5° تا 12° است. این فرکانس را به عنوان فرکانس عبور بهره‌ی جدید برگزینید.
۳. برای پیشگیری از اثر تاخیر فاز جبران‌ساز پس‌فاز قطب و صفر جبران‌ساز پس‌فاز باید پایین‌تر از فرکانس عبور بهره‌ی جدید قرار داده شود. بنابراین فرکانس گوشه‌ای $\omega = 1/T$ (متناظر با صفر جبران‌ساز پس‌فاز) را یک اکتاو تا یک دهه قبل از فرکانس عبور بهره‌ی جدید بر می‌گزینیم. (اگر ثابت زمانی‌های جبران‌ساز پس‌فاز خیلی بزرگ نباشد، فرکانس گوشه‌ای $\omega = 1/T$ را باید یک دهه قبل از فرکانس عبور بهره‌ی جدید انتخاب کنیم).
۴. تضعیف لازم برای $0dB$ شدن منحنی دامنه در فرکانس عبور بهره‌ی جدید را تعیین می‌کنیم. چون این تضعیف $-20 \log \beta$ است، مقدار β بدست می‌آید. سپس فرکانس گوشه‌ای دیگر متناظر با قطب جبران‌ساز پس‌فاز از رابطه‌ی $\omega = \frac{1}{\beta T}$ بدست می‌آید.
۵. با توجه به k بدست آمده در گام ۱ و β تعیین شده در گام ۴ ثابت k_c را به صورت روبه‌رو محاسبه می‌کنیم. $k_c = \frac{k}{\beta}$

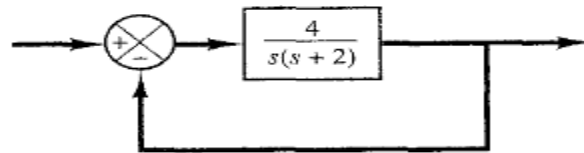
شکل دو نمودار بود جبران‌ساز پس‌فاز را نشان می‌دهد.



شکل ۲. نمودار بود جبران‌ساز پس‌فاز

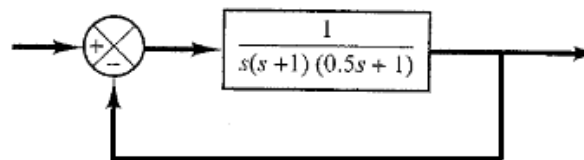
تمرین‌های اولیه:

۱. سیستم شکل ۳ را در نظر بگیرید می‌خواهیم جبران‌ساز پیش‌فازی طرح کنیم تا ثابت خطای ایستای سرعت $k_v = 20 \text{sec}^{-1}$ ، حاشیه فاز حداقل ۵۰ درجه و حاشیه بهره حداقل ۱۰ dB باشد.



شکل ۳. سیستم کنترل

۲. سیستم شکل ۴ را در نظر بگیرید می‌خواهیم سیستم را به نحوی به کمک جبران‌ساز پس‌فاز جبران کنیم که ثابت خطای ایستای سرعت $k_v = 5 \text{sec}^{-1}$ ، حاشیه فاز حداقل ۴۰ درجه و حاشیه بهره حداقل ۱۰ dB باشد.



شکل ۴. سیستم کنترل

۳. سیستمی با فیدبک واحد و تابع تبدیل حلقه باز زیر در نظر بگیرید:

$$G(s) = \frac{k}{s(s+1)(s+2)}$$

- می‌خواهیم جبران‌ساز پیش‌فاز-پس‌فازی طرح کنیم تا ثابت خطای ایستای سرعت $k_v = 10 \text{sec}^{-1}$ ، حاشیه فاز حداقل ۵۰ درجه و حاشیه بهره حداقل ۱۰ dB یا بیشتر باشد.

۴. برای سیستم گوی معلق بهره‌ی k کنترل کننده را برابر با ۵۰ برگزینید و نمودار بود سیستم $50G(s)$ را رسم نمایید. کنترل کننده‌ی پیش‌فازی طراحی نمایید تا حاشیه فاز ۴۵ درجه بهبود یابد.

$$G(s) = \frac{2.58}{s(s+20.4)}$$

کنترل کننده طراحی شده را به فرآیند اعمال کنید و نتایج شبیه‌سازی خود را ذخیره کنید.

۵. برای سیستم گوی معلق بهره‌ی k کنترل کننده را برابر با ۸۰ برگزینید. و برای سیستم $80G(s)$ کنترل کننده پس‌فاز چنان طراحی کنید تا حاشیه فاز آن برابر با ۸۰ درجه باشد. که در آن $G(s)$ تابع تبدیل فرآیند است.

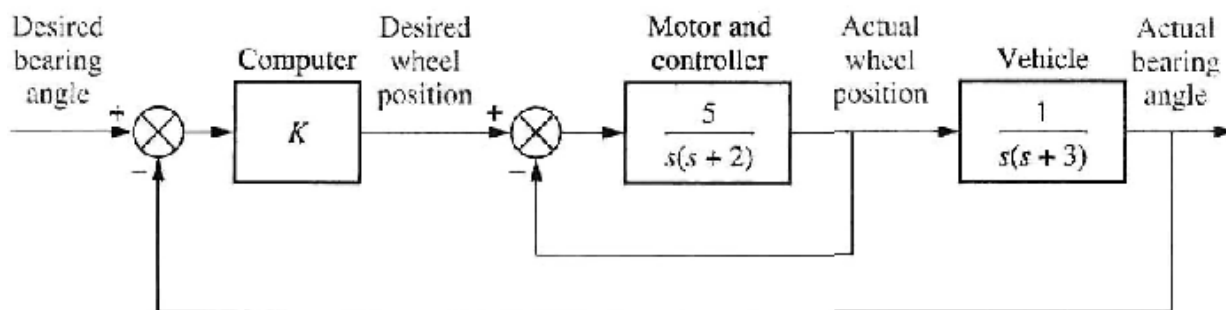
مراحل انجام آزمایش:

- A. کنترل‌رهایی که برای تمرین‌های اولیه یک، دو و سه طراحی نمودید را وارد جعبه ابزار sisotool کنید و با رسم نمودارهای پاسخ زمانی و پاسخ فرکانسی بررسی کنید که آیا سیستم‌های فوق به خواسته‌های مطرح شده رسیده‌اند؟
برای سیستم‌های فوق نمودار مکان هندسی ریشه‌ها را نیز رسم کنید.
- B. وسایل نقلیه‌ای که به صورت خودکار هدایت^۱ می‌شوند مانند موردی که در شکل ۵ نشان داده شده است در کارخانه‌ها برای انتقال محصولات از ایستگاهی به ایستگاه دیگر مورد استفاده قرار می‌گیرد. یک طریق هدایت این وسایل نقلیه قرار دادن سیمی بر روی زمین برای هدایت این وسایل نقلیه می‌باشد. روش دیگر استفاده از یک کامپیوتر بر روی سیستم و همچنین یک دستگاه لیزر برای تجسس در محیط می‌باشد. این سیستم به وسیله نقلیه اجازه حرکت به هر جا را می‌دهد.



شکل ۵. وسیله نقلیه‌ای که به صورت خودکار هدایت می‌شود.

- شکل ۶ بلوک دیاگرام ساده شده‌ی سیستم کنترل یاتاقان^۲ وسیله نقلیه را نشان می‌دهد. برای داشتن فراجش ۱۱٪ بهره k برابر با ۲ انتخاب گردیده است. جبران‌ساز پس‌فازی به کمک تکنیک‌های پاسخ فرکانسی برای سیستم طراحی کنید تا خطای حالت ماندگار را برای سیستم ۳۰٪ بهبود بخشد.



شکل ۶. بلوک دیاگرام ساده شده

¹ Self-guided vehicle

² Bearing control system

C. می‌خواهیم آزمایش مربوط به گوی معلق را انجام دهیم.

جبران‌ساز پیش‌فاز.

۱. کنترل کننده طراحی شده در تمرین اولیه ۴ را به نرم افزار گوی معلق اعمال نموده و آفست را برابر با ۷.۸ قرار دهید.
۲. مدت زمان آزمایش را ۲۰ ثانیه انتخاب کنید.
۳. ورودی را مربعی انتخاب کرده و سیستم را اجرا کرده و نتایج را ذخیره کنید.
۴. نتایج را با نتایج شبیه سازی مقایسه کنید.



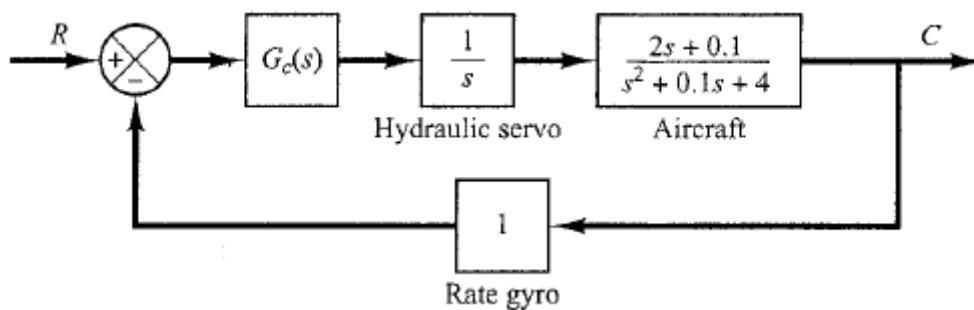
جبران‌ساز پس‌فاز.

۱. کنترل کننده طراحی شده در تمرین اولیه ۵ را به نرم افزار گوی معلق اعمال نموده و آفست را برابر با ۷.۸ قرار دهید.
۲. مدت زمان آزمایش را ۲۰ ثانیه انتخاب کنید.
۳. ورودی را مربعی انتخاب کرده و سیستم را اجرا کرده و نتایج را ذخیره کنید.
۴. نتایج را با نتایج شبیه سازی مقایسه کنید.



تمرین:

۱. سیستم شکل ۷ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم جبران‌سازی برای این سیستم طرح کنیم تا ثابت خطای ایستای سرعت $4sec^{-1}$ ، حاشیه‌ی فاز ۵۰ درجه و حاشیه‌ی بهره ۸dB و یا بیشتر باشد. منحنی‌های پاسخ فرکانسی، پاسخ پله و پاسخ شیب سیستم جبران شده را رسم نماید. سپس بررسی نمایید که سیستم جبران‌شده به خواسته‌های مسئله رسیده است؟



شکل ۷. سیستم کنترل

آزمایش ۸: کنترلر PID

هدف آزمایش: در این آزمایش دانشجو با نحوه عملکرد و طراحی کنترلرهای PID آشنا می‌شود. سپس دانشجو با طراحی کنترلر برای سیستم گوی معلق به بررسی رفتار این سیستم می‌پردازد.

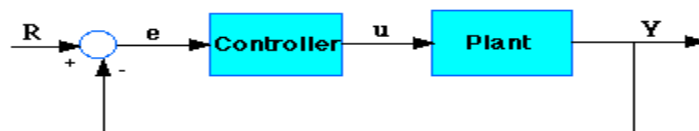
تئوری آزمایش: بسیاری از کنترل کننده‌های صنعتی که امروز به کار می‌روند از طرح‌های کنترلر PID استفاده می‌کنند. چون اغلب کنترل کننده‌های PID در محل تنظیم می‌شوند، قواعد تنظیم متفاوتی در نوشته‌ها پیشنهاد شده است. با استفاده از این قواعد می‌توان کنترل کننده‌ها را در محل با دقت تنظیم کرد. روش‌های تنظیم خودکار نیز ابداع شده‌اند، و بعضی کنترل کننده‌های PID قابلیت تنظیم خودکار را دارا هستند. شکل‌های اصلاح شده‌ی کنترلر PID، مانند کنترلر I-PD و کنترلر PID دو درجه آزادی هم اکنون در صنعت به کار می‌روند. مدل ریاضی کنترلر PID به فرم‌های زیر تعریف می‌شود.

$$k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right), \quad k_p + \frac{k_I}{s} + K_D s$$

روش‌های متفاوتی برای تنظیم کنترلرهای PID وجود دارد که می‌توان به موارد زیر اشاره نمود:

- روش‌های زیگلر-نیکولس^۱
- روش کوهن-کن^۲
- روش تایرس-لویبن^۳
- روش مارلین^۴

ابتدا می‌خواهیم نحوه‌ی کارکرد کنترلر را در سیستم حلقه بسته مورد بررسی قرار دهیم. شکل ۱ را در نظر بگیرید متغیر e مشخص کننده سیگنال خطا می‌باشد. این سیگنال خطا به کنترلر PID فرستاده می‌شود. کنترلر، مشتق و انتگرال سیگنال خطا و همچنین حاصلضرب بهره تناسبی در سیگنال خطا را محاسبه می‌کند.



شکل ۱. سیستم کنترلی

سیگنال u به پلانت فرستاده می‌شود و Y بدست می‌آید و سیگنال خطای جدید محاسبه می‌شود و به کنترلر فرستاده می‌شود.

¹ Ziegler-Nichols

² Cohen-Coon

³ Tyreus-Luyben

⁴ Ciancone-Marline

$$u = k_p e + k_I \int e dt + k_D \frac{de}{dt}$$

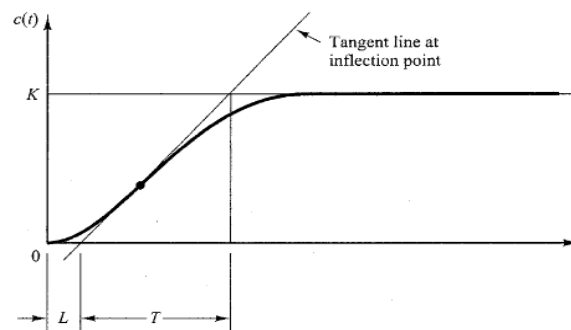
خصوصیات کنترلرهای P، I و D. کنترلر تناسبی k_p زمان صعود را کاهش می‌دهد خطای حالت ماندگار را هم کاهش می‌دهد ولی هیچ‌گاه نمی‌تواند خطای حالت ماندگار را از بین ببرد. کنترل انتگرالی k_I خطای حالت ماندگار را از بین می‌برد ولی ممکن است پاسخ حالت گذرا را خراب کند. کنترل مشتق‌گیر k_D پایداری سیستم را بیشتر می‌کند، فراجش را کاهش و پاسخ حالت گذرا را بهبود می‌بخشد. جدول ۱ تاثیر هر یک از پارامترها را بر روی سیستم حلقه بسته نشان می‌دهد.

خطای حالت ماندگار	زمان نشست	فراجش	زمان صعود	
کاهش	تغییر جزئی	افزایش	کاهش	k_p
حذف	افزایش	افزایش	کاهش	k_I
تغییر جزئی	کاهش	کاهش	تغییر جزئی	K_D

جدول ۱. تاثیر هر یک از پارامترهای کنترلر بر روی سیستم حلقه بسته

روش‌های زیگلر-نیکولس. زیگلر و نیکولس قواعدی برای تعیین ضرایب کنترل کننده PID بر اساس مشخصات پاسخ گذرای دستگاه تحت کنترل پیشنهاد کرده‌اند. این تعیین پارامتر یا تنظیم کنترل کننده‌ی PID می‌تواند توسط مهندس کنترل در محل و با انجام آزمایش بر روی دستگاه انجام شود. دو روش موسوم به قواعد زیگلر - نیکولس وجود دارد. فقط باید به این نکته توجه داشت که این روش برای سیستم‌های پایدار مورد استفاده قرار می‌گیرد.

روش اول. در روش اول پاسخ دستگاه به ورودی پله واحد را به طور تجربی بدست می‌آوریم. اگر پاسخ پله به صورت یک منحنی S شکل، همانند شکل ۱ باشد می‌توان از این روش استفاده کرد. منحنی S شکل را می‌توان با دو پارامتر مشخص کرد، زمان تاخیر L و ثابت زمانی T. این دو پارامتر با رسم خط مماس در نقطه‌ی عطف منحنی S شکل، و یافتن محل برخورد آن با محور زمان و خط $c(t)=k$ ، مطابق شکل ۲ تعیین می‌شود.



شکل ۲. منحنی پاسخ S شکل

$$\frac{Ke^{-Ls}}{Ts+1}$$

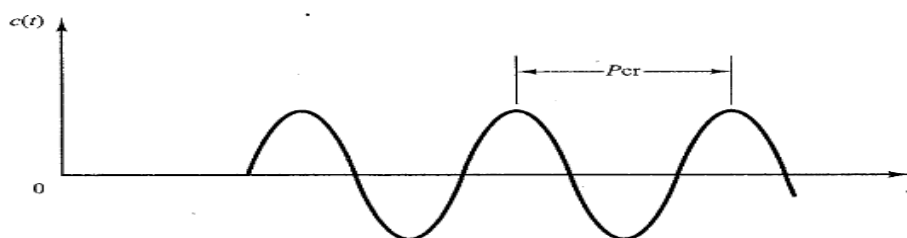
می‌توان تابع تبدیل را با یک سیستم مرتبه اول دارای تاخیر انتقالی به صورت رو به‌رور تقریب زد:

زیگلر و نیکولس پیشنهاد می‌کنند پارامترهای کنترل کننده بر اساس جدول دو انتخاب شوند.

Type of Controller	K_p	T_i	T_d
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0.9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$1.2 \frac{T}{L}$	$2L$	$0.5L$

جدول ۲. قواعد تنظیم زیگلر- نیکولس بر اساس پاسخ پله دستگاه

روش دوم. در روش دوم ابتدا قرار می‌دهیم $T_i = \infty$ و $T_d = 0$. در این صورت تنها عمل کنترل تناسبی استفاده می‌شود. k_p را از صفر زیاد می‌کنیم تا به مقدار بحرانی k_{cr} برسیم، جایی که خروجی برای اولین بار نوسان نامیرا پیدا می‌کند. (اگر به ازای هیچ مقدار k_p خروجی نوسان نامیرا نداشته باشد، این روش قابل اعمال نیست.) پس مقدار بهره‌ی بحرانی k_{cr} و زمان تناوب متناظر با آن p_{cr} به طور تجربی تعیین می‌شوند. برای تعیین بهره‌ی بحرانی می‌توان از نمودار مکان هندسی ریشه‌ها نیز استفاده نمود.



شکل ۳. نوسان نامیرا با زمان تناوب p_{cr}

زیگلر و نیکولس پیشنهاد می‌کنند پارامترهای کنترل کننده بر اساس جدول سه انتخاب شوند.

Type of Controller	K_p	T_i	T_d
P	$0.5K_{cr}$	∞	0
PI	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2} p_{cr}$	0
PID	$0.6K_{cr}$	$0.5p_{cr}$	$0.125p_{cr}$

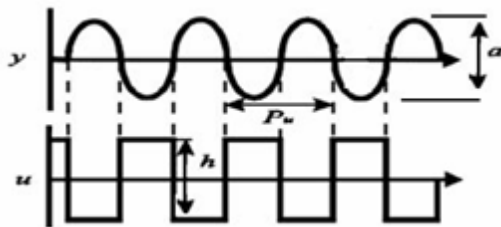
جدول ۳. قواعد تنظیم زیگلر- نیکولس بر اساس بهره‌ی بحرانی و زمان تناوب بحرانی

اگر بخواهیم کنترلر را به فرم $k_p + \frac{k_I}{s} + K_D s$ داشته باشیم می‌توانیم از جدول ۴ استفاده نماییم.

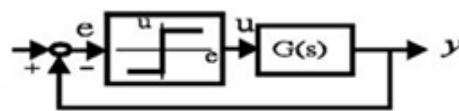
	k_p	k_I	K_D
P	$0.5 K_{cr}$	-----	-----
I	$0.45 K_{cr}$	$\frac{0.54 k_{cr}}{p_{cr}}$	-----
D	$0.6 K_{cr}$	$\frac{1.18 k_{cr}}{p_{cr}}$	$0.075 k_{cr} p_{cr}$

جدول ۴. قواعد تنظیم زیگلر- نیکولس بر اساس بهره‌ی بحرانی و زمان تناوب بحرانی

روش دوم زیگلر- نیکولس را می‌توان به طریق زیر نیز انجام داد. ابتدا فرآیند توسط کنترل کننده رله (on-off) کنترل می‌گردد. بلوک دیاگرام شکل ۴ سیستم کنترلی با کنترل کننده رله را نشان می‌دهد.



شکل ۵. ورودی و خروجی کنترل کننده رله



شکل ۴. کنترل کننده رله

رابطه ورودی و خروجی کنترل کننده رله به صورت روبه‌رو تعریف می‌گردد.

که در آن u خروجی کنترل کننده، e ورودی کنترل کننده، $\text{sgn}(\cdot)$ تابع علامت و h مقدار ثابت مثبت و حقیقی است. گاهی برای فرآیندهای غیرخطی رابطه فوق به صورت روبه‌رو اصلاح می‌گردد.

$$u = \frac{h}{2} \text{sgn}(e) + \frac{h}{2}$$

سپس با اندازه‌گیری سیگنال خروجی فرآیند و خروجی کنترل کننده که در شکل نشان داده شده است، مقادیر دوره تناوب نوسان p_{cr} بر حسب ثانیه و دامنه نوسان خروجی a بدست می‌آید. سپس با محاسبه k_{cr} از رابطه زیر ضرایب کنترل کننده از جدول ۴ بدست می‌آید. با محاسبه ضرایب کنترل کننده PID کنترل کننده رله برداشته شده و کنترل کننده PID قرار داده می‌شود.

$$k_{cr} = \frac{4h}{\pi a}$$

نکاتی در مورد گوی معلق و کنترلر PID سیستم. برای سیستم گوی معلق در تمام این دستور کار آزمایشگاه رابطه ورودی و خروجی این کنترل کننده به صورت زیر تعریف می‌شود

$$u(t) = k_p e(t) + k_I \int_0^t e(t) dt + k_D \frac{de(t)}{dt} + offset$$

در اینجا مقدار offset که ثابت و حقیقی است، به خروجی کنترل کننده اضافه می‌گردد. اضافه کردن این مقدار به خروجی کنترل کننده به منظور تامین انرژی لازم برای قرار گرفتن فرآیند غیرخطی در نقطه کار انجام می‌شود.

مقدار offset با معدل گیری از سیگنال خروجی کنترل کننده در یک سیکل به صورت تقریبی محاسبه می‌گردد به عبارت دیگر

$$offset \approx \frac{1}{p_{cr}} \int_{p_{cr}} u(t) dt \quad \text{داریم:}$$

دستورات مربوط به کنترل کننده PID در MATLAB.

برای تعریف تابع تبدیل به فرم تناسبی - مشتق گیر - انتگرال گیر (PID) از دستور pid به فرم‌های زیر می‌توان استفاده نمود:

$$C = \text{pid}(K_p, K_i, K_d, T_f), \quad C = \text{pid}(K_p, K_i, K_d, T_f, T_s), \quad C = \text{pid}(\text{sys}), \quad C = \text{pid}(K_p) \\ C = \text{pid}(K_p, K_i), \quad C = \text{pid}(K_p, K_i, K_d), \quad C = \text{pid}(\dots, \text{Name}, \text{Value})$$

دستور $C = \text{pid}(K_p, K_i, K_d, T_f)$ ، PID به همراه فیلتر مشتق گیر مرتبه اول¹ را نشان می‌دهد یعنی:

$$C = k_p + \frac{k_I}{s} + \frac{k_d s}{T_f s + 1}$$

برای طراحی کنترلر PID برای یک پلانت خطی از دستور pidtune به صورت زیر می‌توان استفاده نمود:

$$C = \text{pidtune}(\text{sys}, \text{type}), \quad C = \text{pidtune}(\text{sys}, \text{pidsys}), \quad C = \text{pidtune}(\text{sys}, \text{type}, \text{opts}) \\ C = \text{pidtune}(\text{sys}, \text{pidsys}, \text{opts})$$

در قسمت type نوع کنترل کننده را مشخص می‌کنیم به عنوان مثال اگر کنترلر تناسبی بخواهیم حرف P را می‌گذاریم دیگر حروفی که به جای type می‌توانیم استفاده کنیم عبارتند از: 'i', 'pi', 'pd', 'pdf', 'pid', 'pidf'

برای تولید کنترلر pid به فرم استاندارد در MATLAB می‌توان از دستورات زیر استفاده نمود:

$$C = \text{pidstd}(K_p, T_i, T_d, N), \quad C = \text{pidstd}(K_p, T_i, T_d, N, T_s), \quad C = \text{pidstd}(\text{sys}), \quad C = \text{pidstd}(K_p) \\ C = \text{pidstd}(K_p, T_i), \quad C = \text{pidstd}(K_p, T_i, T_d), \quad C = \text{pidstd}(\dots, \text{Name}, \text{Value})$$

دستور $C = \text{pidstd}(K_p, T_i, T_d, N)$ ، PID به همراه فیلتر مشتق گیر مرتبه اول را به صورت استاندارد نشان می‌دهد کنترلر گین تناسبی k_p را دارا می‌باشد و زمان‌های انتگرال گیر و مشتق گیر عبارتند از T_i و T_d . این دستور کنترلر PID را به فرم زیر

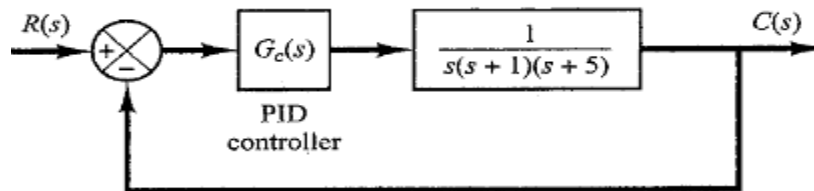
$$C = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{N s + 1} \right) \quad \text{نشان می‌دهد:}$$

¹ PIDF

برای تنظیم گرافیکی کنترلر PID می‌توان از واسط گرافیکی کاربر pidtool استفاده نمود.

تمرین‌های اولیه:

۱. سیستم کنترل شکل ۶ را در نظر بگیرید که در آن یک کنترل کننده PID برای کنترل سیستم به کار رفته است.



شکل ۶. سیستم دارای کنترلر PID

گرچه روش‌های تحلیلی متعددی برای طراحی کنترل کننده PID وجود دارد ولی برای این سیستم با استفاده از قواعد زیگلر-نیکولس پارامترهای کنترل کننده را بدست آورید. سپس منحنی پاسخ پله را به کمک MATLAB رسم کنید و ماکزیمم فراجهش را بدست آورید اگر ماکزیمم فراجهش بیشتر از ۲۵٪ بود تنظیم دقیق‌تری انجام دهید تا ماکزیمم فراجهش به حدود ۲۵٪ برسد.

۲. سیستم زیر را در نظر بگیرید. پارامترهای کنترل کننده PID را به کمک روش دوم زیگلر-نیکولس بدست آورید و سپس پاسخ پله سیستم را رسم کنید.

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$$

۳. یادآوری می‌شود تابع تبدیل فرآیند گوی معلق، که آزمایش آن به صورت عملی در آزمایشگاه انجام خواهد شد به صورت زیر است:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2.58}{s(s+20.4)}$$

به کمک روش دوم زیگلر-نیکولز پارامترهای کنترلرهای P، PI و PID را بدست آورید.

مراحل انجام آزمایش:

A. می‌خواهیم اثر افزودن کنترلر تناسبی، مشتق‌گیر و انتگرال‌گیر را بر روی پاسخ سیستم گوی معلق مورد بررسی قرار دهیم در ابتدا اثر افزودن کنترلر تناسبی را می‌خواهیم بررسی کنیم. بدین منظور گام‌های زیر را انجام دهید:

۱. نرم افزار LinCon را اجرا کنید و کنترل کننده PID را انتخاب کنید.



۲. پارامترهای کنترل کننده را به صورت $offset=7.8$, $k_I = 0$, $k_D = 0$ و $k_p = 20$ تنظیم نمایید.
۳. مدت زمان آزمایش را ۲۰ ثانیه انتخاب کنید.
۴. ورودی را مربعی انتخاب کرده و سیستم را اجرا کرده و نتایج را ذخیره کنید.
۵. $k_p = 40$ قرار دهید و آزمایش را با شرایط قبل تکرار نمایید.
۶. $k_p = 60$ قرار دهید و آزمایش را با شرایط قبل تکرار نمایید.
۷. توضیح دهید با افزایش k_p رفتار سیستم کنترلی به چه صورت تغییر می‌کند.

اکنون می‌خواهیم اثر افزودن قسمت مشتق‌گیر کنترلر را مورد بررسی قرار دهیم. بدین منظور گام‌های زیر را انجام دهید:

۱. پارامترهای کنترل کننده را به صورت $offset=7.8$, $k_I = 0$, $k_D = 1$ و $k_p = 60$ تنظیم نمایید و با شرایط قبل آزمایش را تکرار نمایید.
۲. $k_D = 2$ قرار دهید و آزمایش را با شرایط قبل تکرار نمایید.
۳. $k_D = 4$ قرار دهید و آزمایش را با شرایط قبل تکرار نمایید.
۴. توضیح دهید با افزایش k_D رفتار سیستم کنترلی به چه صورت تغییر می‌کند. خروجی کنترل کننده را مشاهده نمایید و توضیحی برای نویزی شدن آن با افزایش k_D بیاورید.

اکنون می‌خواهیم اثر افزودن قسمت انتگرال‌گیر کنترلر را مورد بررسی قرار دهیم. بدین منظور گام‌های زیر را انجام دهید:

۱. پارامترهای کنترل کننده را به صورت $offset=9$, $k_I = 0$, $k_D = 0$ و $k_p = 20$ تنظیم نمایید و با شرایط قبل آزمایش را تکرار نمایید.
۲. $k_I = 10$ قرار دهید و آزمایش را با شرایط قبل تکرار نمایید.
۳. $k_I = 20$ قرار دهید و آزمایش را با شرایط قبل تکرار نمایید.
۴. توضیح دهید با افزایش k_I رفتار سیستم کنترلی به چه صورت تغییر می‌کند.



B. در این بخش می‌خواهیم کنترلرهای P، PI و PID را برای سیستم گوی معلق طراحی کنیم.

کنترل کننده P. بخش اول.

۱. نرم افزار LinCon را اجرا کنید و کنترل کننده PID را انتخاب کنید.
۲. پارامترهای کنترل کننده را به صورت $offset=0$, $k_I = 0$, $k_D = 0$ و $k_p = 1000$ تنظیم نمایید.



با قرار دادن مقادیر فوق کنترل کننده به صورت کنترل کننده رله عمل می‌کند، که با مثبت شدن خطا، خروجی کنترل کننده ۱۲ ولت و با منفی شدن خطا خروجی کنترل کننده صفر ولت می‌شود حال رابطه‌ی ورودی و خروجی کنترل کننده را به صورت زیر می‌توان بیان نمود:

$$u = 6sgn(e) + 6$$

۳. مدت زمان آزمایش را ۲۰ ثانیه انتخاب کنید.

۴. سیگنال مرجع را روی step قرار دهید و دامنه سیگنال پله را برابر با ۲۰ سانتی‌متر انتخاب کنید.

۵. سیستم را اجرا کرده و پس از اتمام آزمایش نتایج را ذخیره کنید.

۶. مقادیر دوره تناوب نوسان p_{cr} بر حسب ثانیه و دامنه نوسان خروجی، a بر حسب متر با مشاهده منحنی‌های بدست آمده، اندازه‌گیری نمایید.

نکته: ممکن است چند سیکل ابتدای منحنی با سیکل‌های بعدی متفاوت باشد. بنابراین بهتر است برای اندازه‌گیری‌ها از سیکل‌های اول منحنی استفاده نشود.

۷. مطابق جدول ۴، k_p را برای کنترل کننده P حساب کنید.

۸. مقدار offset را با محاسبه معدل سیگنال خروجی کنترل کننده در یک سیکل بدست آورید.

نکته: مقدار معدل سیگنال خروجی کنترل کننده در یک سیکل با رابطه‌ی $offset \approx \frac{12T_{on}}{p_{cr}}$ محاسبه می‌گردد. که در آن T_{on} مدت زمانی است، که در یک سیکل خروجی کنترل کننده ۱۲ ولت است.

بخش دوم.

۱. سیستم کنترلی را با کنترل کننده p و با k_p بدست آمده از بخش قبل با MATLAB شبیه سازی کنید. مقادیر زمان صعود، زمان اوج، ماکزیمم فراجاهش و زمان نشست را بدست آورید.

بخش سوم.

۱. k_p و offset محاسبه شده از بخش قبل را در نرم افزار وارد نمایید.

۲. مدت زمان آزمایش را ۲۰ ثانیه انتخاب کنید.

۳. سیگنال مرجع را مربعی انتخاب کنید و سیستم را اجرا کرده و نتایج را ذخیره کنید.

کنترل کننده PI. بخش اول.

۱. با توجه به نتایج بدست آمده در بخش قبل (کنترل کننده P) و جدول ۴ کنترل کننده PI را تنظیم نمایید.

۲. سیستم را با کنترل کننده PI و ضرایب بدست آمده شبیه سازی کنید.



بخش دوم.

۱. k_p , k_I و offset محاسبه شده از بخش قبل را در نرم افزار وارد نمایید.
۲. مدت زمان آزمایش را ۲۰ ثانیه انتخاب کنید.
۳. سیگنال مرجع را مربعی انتخاب کنید و سیستم را اجرا کرده و نتایج را ذخیره کنید.

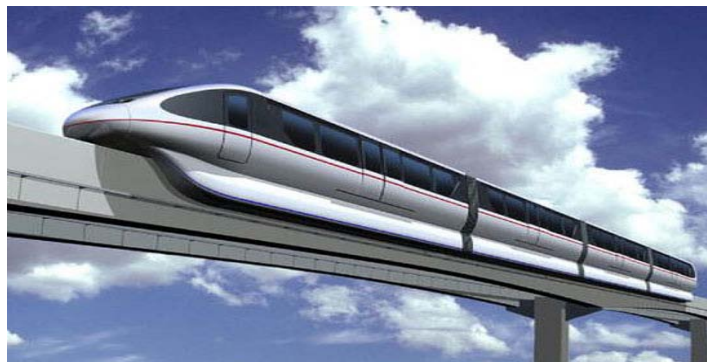
کنترل کننده PID . بخش اول.

۱. با توجه به نتایج بدست آمده در بخش قبل (کنترل کننده P) و جدول ۴ کنترل کننده PID را تنظیم نمایید.
۲. سیستم را با کنترل کننده PI و ضرایب بدست آمده شبیه سازی کنید.

بخش دوم.

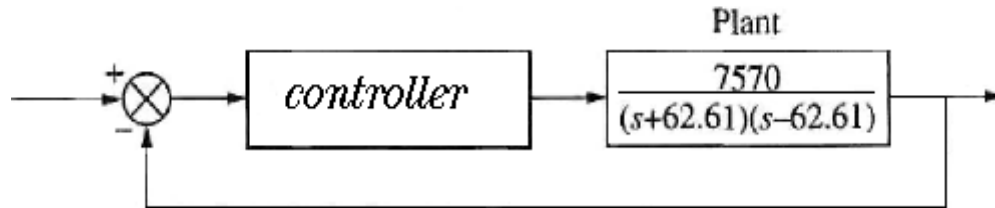
۱. k_p , k_I , k_D و offset محاسبه شده از بخش قبل را در نرم افزار وارد نمایید.
۲. مدت زمان آزمایش را ۲۰ ثانیه انتخاب کنید.
۳. سیگنال مرجع را مربعی انتخاب کنید و سیستم را اجرا کرده و نتایج را ذخیره کنید.

- C. سیستم شکل ۶ را در نظر بگیرید به کمک جعبه ابزار pidtool کنترل کننده PID برای سیستم طراحی کنید که خواسته‌های مطرح شده در تمرین اولیه‌ی یک را برآورده سازد.
- D. سیستم‌های حمل و نقل که از خاصیت شناور بودن مغناطیسی استفاده می‌کنند می‌توانند به سرعت‌های بسیار زیادی برسند، به این خاطر که اصطکاک تماسی با ریل حذف شده است. شکل ۷ نمونه‌ای از این سیستم‌ها را نشان می‌دهد. آهنربای الکتریکی نیروی لازم برای نگه داشتن وسیله‌ی نقلیه را فراهم می‌سازد.



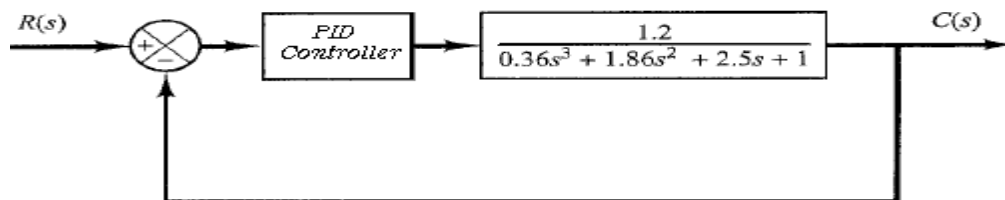
شکل ۷. سیستم حمل و نقل که از خاصیت شناور بودن مغناطیسی استفاده می‌کند

شکل ۸ مدل شبیه سازی شده‌ی سیستم کنترل برای تنظیم شکاف مغناطیسی را نشان می‌دهد که ورودی سیستم بیان کننده ولتاژ متناسب با میزان مطلوب شناور بودن و یا شکافت می‌باشد. خروجی سیستم نیز بیان کننده ولتاژ متناسب با مقدار واقعی شناور بودن می‌باشد. برای این سیستم کنترلر PID طراحی کنید که زمان نشست را به کمتر از $1e-3$ برساند و سیستم فراجشی نداشته باشد.



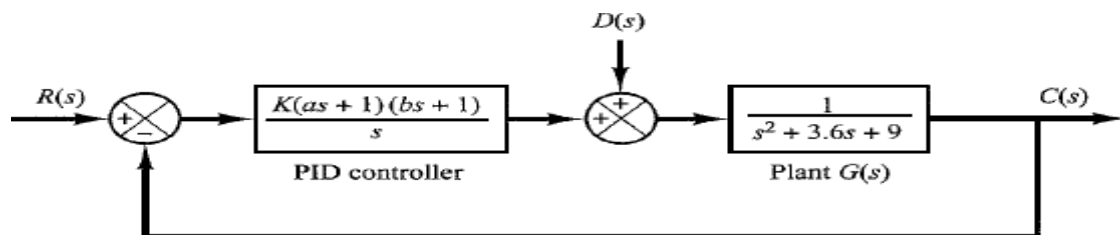
شکل ۸. بلوک دیاگرام ساده شده‌ی سیستم حمل و نقل که از خاصیت شناور بودن مغناطیسی استفاده می‌کند

E. سیستم زیر را در نظر بگیرید. به کمک جعبه ابزار sisotool و قسمت Automated Tuning با روش‌های مختلفی که برای تنظیم کنترلر PID وجود دارد، کنترل کننده PID را تنظیم کنید. سپس با مشاهده پاسخ زمانی و پاسخ فرکانسی سیستم با توجه به کنترلرهایی که طراحی کردید این روش‌ها را با یکدیگر مقایسه کنید.



شکل ۹. سیستمی با کنترل کننده PID

F. سیستم شکل ۱۰ را در نظر بگیرید که کنترلر PID یک دستگاه مرتبه دوم را نشان می‌دهد. اغتشاش $D(s)$ به صورت نشان داده شده به سیستم وارد می‌شود فرض کنید ورودی مرجع $R(s)$ معمولاً مقداری ثابت دارد، و مشخصات پاسخ سیستم به اغتشاش بسیار اهمیت دارد. سیستم کنترل را به نحوی طرح کنید که پاسخ به اغتشاش پله‌ای سریعاً میرا شود. (زمان نشست برابر ۲ تا ۳ ثانیه). آرایش قطب‌های حلقه بسته را به نحوی برگزینید که سیستم یک زوج قطب مختلط غالب داشته باشد. سپس پاسخ به ورودی پله‌ای را بیابید. پاسخ به ورودی مرجع پله واحد را نیز بیابید.

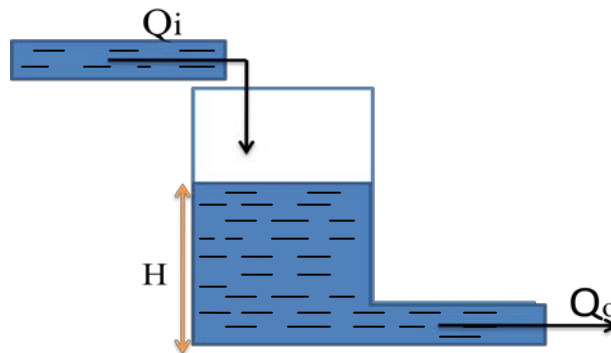


شکل ۱۰. سیستم دارای کنترل کننده PID

آزمایش ۹: کنترل سطح مایع

هدف آزمایش: در این آزمایش دانشجو ابتدا با نحوه بدست آوردن معادلات ریاضی برای یک سیستم عملی آشنا شده و سپس با خطی سازی سیستم و بدست آوردن تابع تبدیل سیستم آشنا می‌شود. برای سیستم خطی سازی شده به طراحی کنترلر می‌پردازد و سپس این کنترلر را در سیستم غیرخطی جایگذاری می‌کند و با شبیه سازی سیستم عملکرد کنترلر در سیستم غیرخطی را مورد ارزیابی قرار می‌دهد.

تئوری آزمایش: مخزن شکل ۱ را در نظر بگیرید دبی ورودی و دبی خروجی را با Q_i و Q_o نشان می‌دهیم. سطح مقطع ظرف نیز برابر با A می‌باشد. حجم مایع درون مخزن را با V نشان می‌دهیم.



شکل ۱. مخزن با یک مجرای خروجی

اگر تغییرات ارتفاع در عرض Δt ثانیه را با ΔH نشان دهیم یعنی:

$$H(t + \Delta t) - H(t) = \Delta H$$

در این صورت تغییرات حجم مایع در مخزن در طول زمان Δt برابر است با:

$$\Delta V = A \Delta H$$

اگر حجم مایعی که در عرض Δt ثانیه وارد مخزن می‌شود را با $Q_i \Delta t$ تخمین بزنیم و همچنین حجم مایعی که در عرض Δt ثانیه از مخزن خارج می‌شود را با $Q_o \Delta t$ تخمین بزنیم آنگاه تغییرات حجم برابر است با:

$$\Delta V \approx Q_i \Delta t - Q_o \Delta t$$

که می‌توان رابطه فوق را به صورت روبه‌رو نوشت:

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} \approx Q_i - Q_o \xrightarrow{\Delta t \rightarrow 0} \frac{dV}{dt} = Q_i - Q_o \quad (1)$$

بر طبق قانون برنولی می‌توان دبی خروجی را به صورت روبه‌رو داشت:

$$Q_o = s\sqrt{2gH} = k\sqrt{H}$$

با توجه به اینکه $V=AH$ می‌باشد ، با گرفتن دیفرانسیل از طرفین داریم:

$$dV = AdH +$$

$$HdA$$

با توجه به اینکه سطح مقطع ظرف ثابت می‌باشد بنابراین $dA=0$ می‌شود و رابطه‌ی یک را می‌توان به صورت زیر داشت:

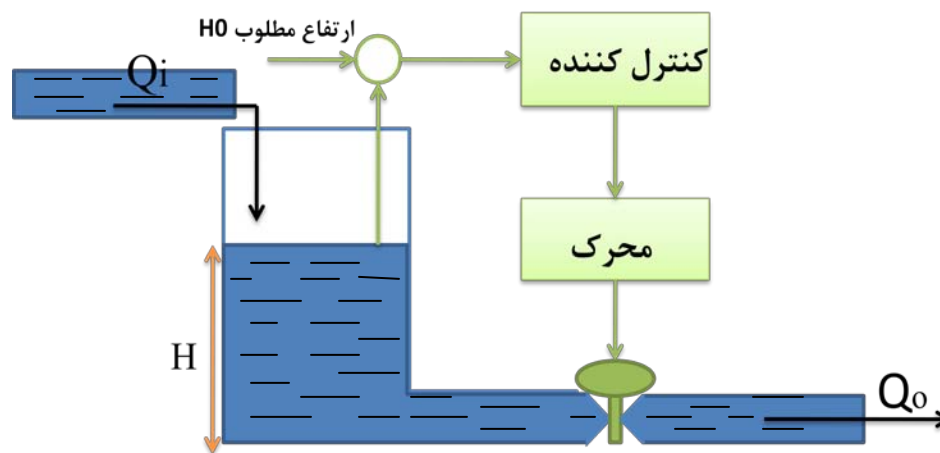
$$A \frac{dH}{dt} = Q_i - k\sqrt{H}$$

در نقطه کار همه‌ی کمیت‌ها مقدار ثابت و مطلوب خود را دارند. اگر مقادیر نقطه کار (H, Q_i) را به صورت (H_0, Q_{i0}) در نظر

$$A \frac{dH_0}{dt} = Q_{i0} - k\sqrt{H_0} \xrightarrow{\frac{dH_0}{dt}=0} k\sqrt{H_0} = Q_{i0} = Q_{o0}$$

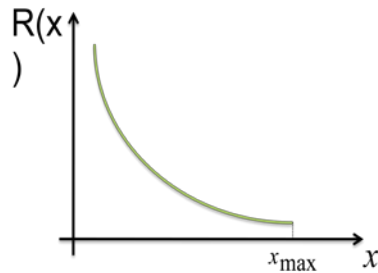
بگیریم داریم:

پس در نقطه کار دبی ورودی و دبی خروجی برابر می‌باشد اما با وارد شدن اغتشاش به سیستم، سیستم از نقطه کار خارج می‌شود و می‌بایست برای کنترل ارتفاع فکری کرد. با توجه به اینکه رابطه سیستم به صورت $A \frac{dH}{dt} = Q_i - Q_o$ می‌باشد. برای کنترل ارتفاع تنها پارامترهایی که در دست ما می‌باشد Q_o و Q_i می‌باشد. بنابراین می‌بایست دبی ورودی و یا خروجی را کنترل کرد برای کنترل دبی ورودی و یا خروجی از شیر و یا پمپ می‌توانیم استفاده کنیم. می‌خواهیم شیر را در سر راه خروجی بگذاریم و ارتفاع را کنترل کنیم که شکل سیستم کنترلی همانند شکل ۲ می‌شود:

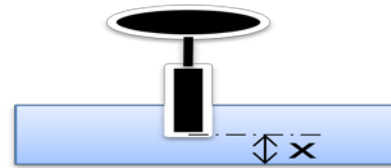


شکل ۲. شماتیک سیستم کنترل

شیر سطح مقطع خروجی را تغییر می‌دهد و باعث می‌شود دبی خروجی به صورت $Q_o = \frac{K}{R(X)} \sqrt{H}$ تبدیل شود که $R(X)$ مقاومت شیر در برابر عبور جریان می‌باشد و X مقدار فاصله تیغه شیر از جداره برای عبور مایع می‌باشد که در شکل ۳ نشان داده شده است. منحنی مقاومت شیر توسط سازندگان داده می‌شود در حالت کلی منحنی مقاومت شیر به صورت شکل ۴ می‌باشد.



شکل ۴. منحنی مقاومت شیر



شکل ۳. نمای ساده‌ای از یک شیر

در این آزمایش مقاومت شیر را به صورت $R(X) = \frac{1}{X}$ در نظر می‌گیریم. اکنون با حضور شیر معادله سیستم به صورت زیر می‌شود:

$$A \frac{dH}{dt} = Q_i - \frac{k}{R(X)} \sqrt{H}$$

$$A \frac{dH_0}{dt} = Q_{i0} - \frac{k}{R(X_0)} \sqrt{H_0} \xrightarrow{\frac{dH_0}{dt}=0} Q_{i0} = \frac{k}{R(X_0)} \sqrt{H_0}$$

اما در نقطه‌ی کار با توجه به معادله سیستم داریم:

با توجه به اینکه تعداد معادلات نقطه کار سیستم برابر با یک و تعداد متغیرهای سیستم برابر با سه می‌باشد بنابراین درجه آزادی سیستم برابر با ۲ می‌باشد.

اکنون می‌خواهیم سیستم را خطی سازی کنیم بدین منظور رابطه‌ی بین انحرافات را باید بدست بیاوریم.

$$A \frac{dH}{dt} = Q_i - Q_o \implies A \frac{d}{dt} (H_0 + h) = (Q_{i0} + q_i) - \frac{k}{R(X_0 + x)} \sqrt{H_0 + h}$$

با نوشتن بسط تیلور برای جمله دوم سمت راست معادله بالا داریم:

$$A \frac{dh}{dt} = (Q_{i0} + q_i) - \left\{ \frac{k}{R(X_0)} \sqrt{H_0} - \frac{k\sqrt{H_0}}{R^2(X_0)} \left(\frac{dR}{dX} \right)_0 x + \frac{k}{2R(X)\sqrt{H}} h + H.O.T \right\} \quad (2)$$

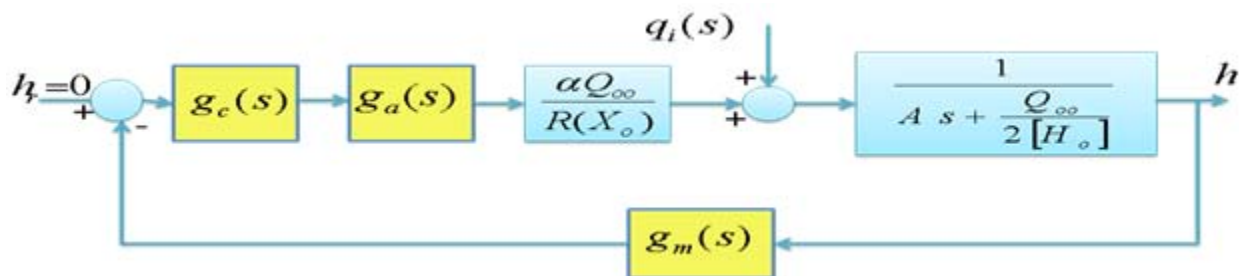
با توجه به اینکه در نقطه کار داشتیم $Q_{o0} = Q_{i0} = \frac{k}{R(X_0)} \sqrt{H_0}$ می‌توان معادله (۲) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$A \frac{dh}{dt} = q_i + \frac{Q_{o0}\alpha}{R(X_0)} x - \frac{Q_{o0}}{2H_0} h \longrightarrow A \frac{dh}{dt} + \frac{Q_{o0}}{2H_0} h = \frac{Q_{o0}\alpha}{R(X_0)} x + q_i$$

اکنون با توجه به اینکه سیستم خطی سازی شده با گرفتن تبدیل لاپلاس از طرفین معادله فوق داریم:

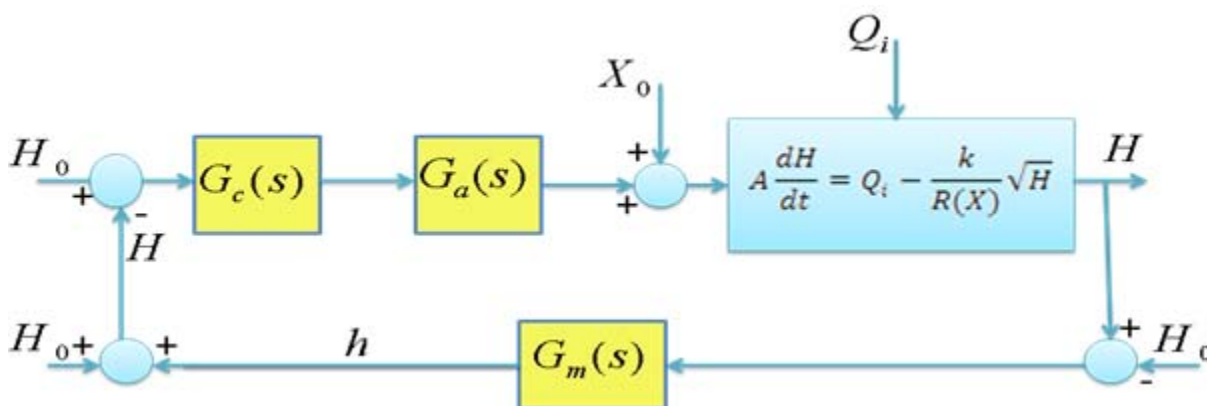
$$\left(As + \frac{Q_{o0}}{2H_0} \right) h(s) = \frac{Q_{o0}\alpha}{R(X_0)} x(s) + q_i(s)$$

بنابراین بلوک دیاگرام سیستم خطی شده به صورت شکل ۵ می‌شود:



شکل ۵. بلوک دیاگرام خطی شده برای سیستم کنترل سطح

که $g_a(s)$ تابع تبدیل محرک، $g_m(s)$ تابع تبدیل سنسور و $g_c(s)$ کنترلر می‌باشد. شماتیک سیستم غیرخطی (سیستم واقعی) نیز در شکل ۶ آورده شده است.



شکل ۶. شماتیک سیستم غیرخطی

مراحل انجام آزمایش:

A. فرض‌های معقولی برای پارامترهای سیستم خود انجام دهید، دو پارامتر را فرض کنید و پارامتر سوم را از معادله نقطه کار بیابید. سپس سیستم خطی شده را در simulink وارد کنید و برای سیستم خطی شده یک کنترلر PID طراحی کنید. در ابتدا پاسخ سیستم را با اعمال اغتشاش و بدون حضور کنترلر مشاهده کنید سپس با افزودن کنترلر پاسخ را دوباره مشاهده کنید. پارامترهای کنترلر را چنان تعیین کنید تا اثر اغتشاش با سرعت و دقت بیشتری در پاسخ سیستم از بین برود. تابع تبدیل محرک، $G_a(s)$ و تابع تبدیل سنسور $G_m(s)$ را به صورت زیر در نظر بگیرید.

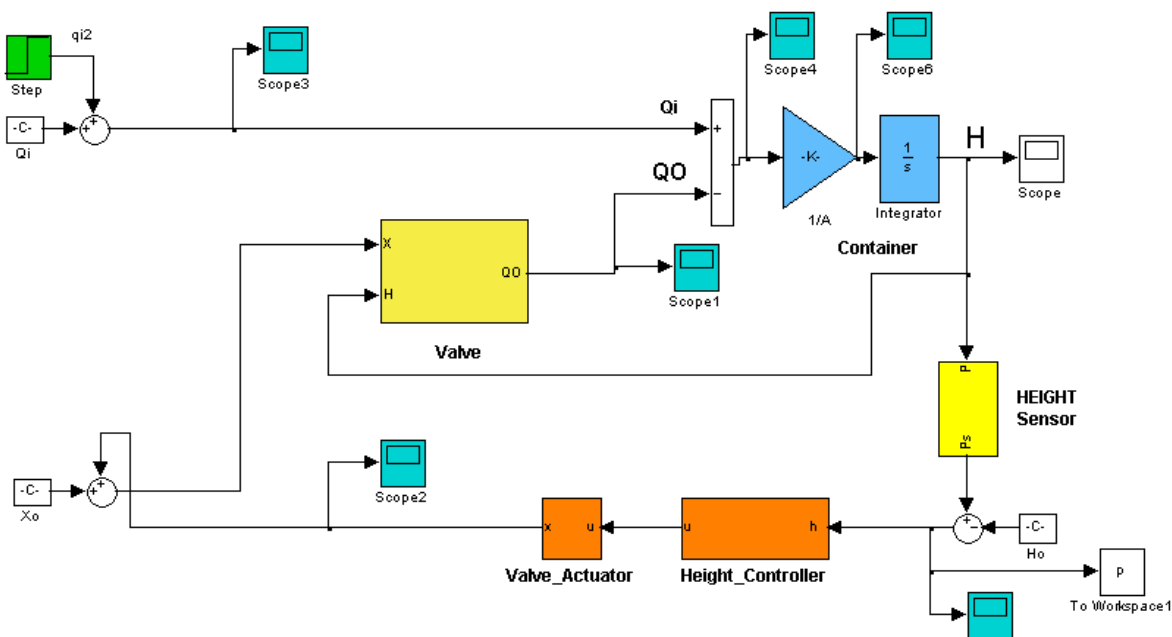
$$G_a(s) = \frac{1}{\tau_a s + 1} \quad \tau_a \leq \frac{1}{10} T \quad , \quad G_m(s) = \frac{1}{\tau_m s + 1} \quad \tau_m \leq \frac{1}{20} T$$

که T ثابت زمانی مخزن می‌باشد.

B. سیستم غیر خطی را در **simulink** شبیه‌سازی کرده و سپس همان کنترلی که برای سیستم خطی طراحی کردید را برای سیستم غیر خطی استفاده کنید. پاسخ واقعی سیستم را ابتدا بدون حضور کنترلر و بدون اغتشاش مشاهده کنید و پاسخ را ثبت کنید سپس اغتشاش به سیستم اعمال نموده و پاسخ سیستم را ثبت کنید و در نهایت کنترلی که طراحی کردید را به سیستم اعمال نموده و مجدداً پاسخ را مشاهده کنید.

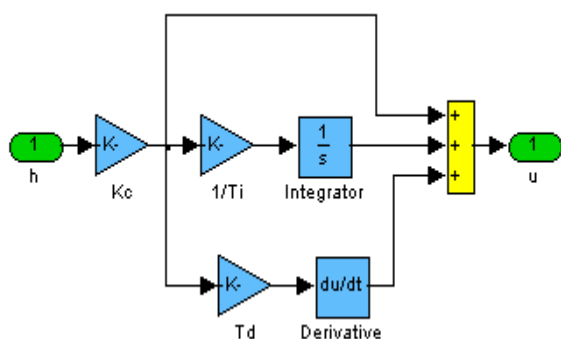
آیا کنترلی که برای سیستم خطی طراحی نمودید در سیستم واقعی هم قابلیت دفع اغتشاش را دارد؟ اگر پاسخ منفی است علت را چه می‌دانید؟

برای شبیه‌سازی سیستم در **simulink** می‌توانید به طریق زیر عمل کنید.

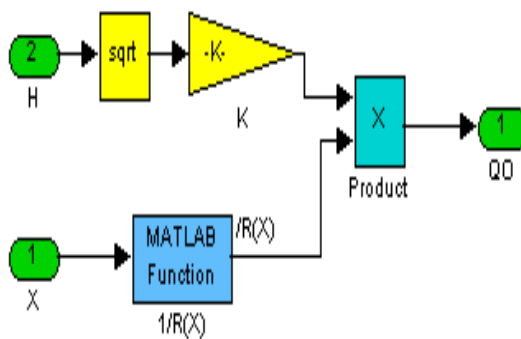


شکل ۷. سیستم کنترل ارتفاع مایع به کمک شیر در **simulink**

پیاده‌سازی مدل شیر و کنترلر PID نیز در شکل‌های ۸ و ۹ آورده شده است.



شکل ۹. کنترلر PID

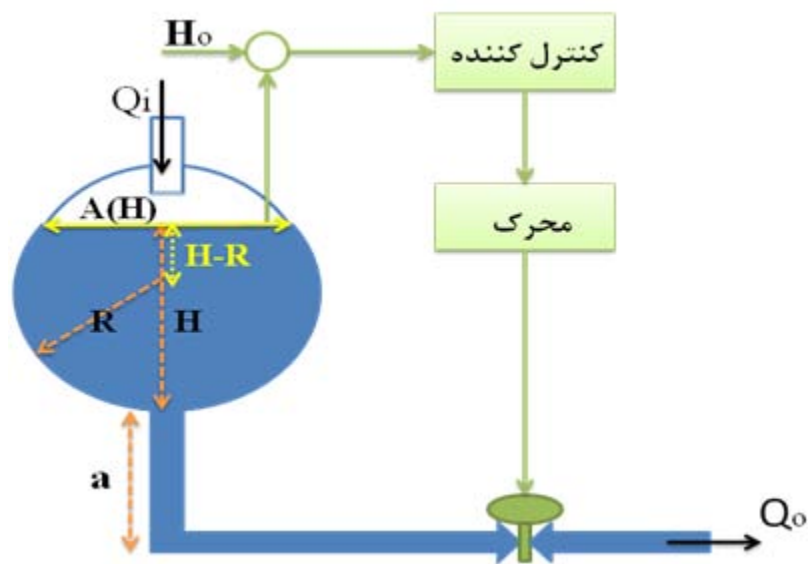


شکل ۸. مدل شیر

C. سیستم خطی شده را وارد جعبه ابزار sisotool کنید و سپس با رسم نمودار پاسخ پله رفتار سیستم را بررسی کنید. سپس نمودارهای مکان هندسی سیستم، بود، نایکویست و نیکولز را رسم کنید. سپس با اعمال اغتشاش پله‌ای به سیستم نمودار پاسخ پله از ورودی اغتشاش به خروجی سیستم خطی شده را مشاهده کنید.

تمرین:

۱. می‌خواهیم ارتفاع مایع در مخزن زیر را به کمک شیر در سر راه خروجی کنترل کنیم. کنترلر مناسب برای سیستم طراحی کنید. و سپس سیستم‌های خطی و واقعی را در MATLAB شبیه‌سازی کنید.



شکل ۱۰. کنترل ارتفاع مایع در مخزن کروی

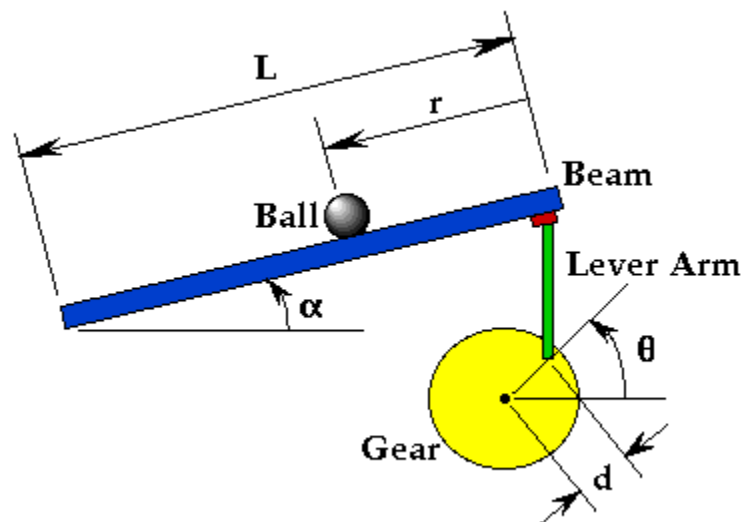
آزمایش ۱۰: سیستم توپ و تخته^۱

هدف آزمایش: در این آزمایش دانشجو ابتدا به مدل سازی سیستم توپ و تخته در MATLAB می پردازد. سپس مدل

بدست آمده را مورد تحلیل قرار می دهد و نمودارهای پاسخ زمانی و پاسخ فرکانسی را برای سیستم رسم می کند. در انتها دانشجویان به طراحی کنترلر برای این سیستم می پردازند و رفتار سیستم را بعد از افزودن کنترلر مورد بررسی قرار می دهند.

تئوری آزمایش: در این سیستم یک توپ روی یک تخته حرکت می کند مطابق شکل ۱ بازوی اهرم از یک انتها به تخته و

از انتهای دیگر به چرخ دنده سرو موتور متصل شده است. زمانی که چرخ دنده سرو موتور با زاویه θ می چرخد اهرم زاویه α را به اندازه زاویه α تغییر می دهد. در این آزمایش می خواهیم کنترلی طراحی کنیم که بتواند حرکت توپ را کنترل کند. توپ همیشه در فاصله R از تخته^۲ حرکت می کند. روش کنترل در اینجا توسط زاویه θ می باشد. با تغییر زاویه، توپ در طول تخته تغییر مکان می دهد.



شکل ۱. سیستم توپ و تخته

مدل سازی سیستم توپ و تخته. در این مساله فرض بر این است که توپ در یک راستا در حال حرکت است و اصطکاک بین

توپ و تخته ناچیز است. پارامترهای سیستم را به صورت زیر فرض می کنیم و مدل سیستم را بدست می آوریم.

تابع انتقال سیستم که طی مراحل به آن می رسیم به صورت زیر است:

^۱ Ball & beam

^۲ beam

$$\frac{r(s)}{\theta(s)} = -\frac{mgd}{L(\frac{J}{R^2} + m)} \frac{1}{s^2}$$

m جرم توپ می‌باشد و برابر با 0.11kg فرض کنید. R شعاع توپ را برابر با 0.015m فرض کنید و d ¹ را برابر با 0.03m و L طول تخته را برابر با 1m فرض کنید J ممان اینرسی² (گشتاور لختی) را $9.99\text{e-}6\text{kg}^2$ و g گرانش زمین را برابر با 9.8 m/s^2 فرض کنید. r مختصات مکان توپ و θ زاویه چرخ دنده سرو می‌باشد.

می‌خواهیم معادلات حالت سیستم را بدست بیاوریم ابتدا فرض می‌کنیم $\frac{mgd}{L(\frac{J}{R^2} + m)} = k$ بنابراین داریم:

$$\frac{r(s)}{\theta(s)} = -\frac{k}{s^2} \implies r(s)s^2 = -k\theta(s)$$

از طرفین معادله فوق تبدیل لاپلاس معکوس می‌گیریم و بدین ترتیب فضای حالت از طریق تابع تبدیل به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\ddot{r} = -k\theta(s) \longrightarrow \begin{cases} r_1 = r \\ \dot{r}_1 = \dot{r} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} \dot{r}_1 = r_2 \\ \dot{r}_2 = \ddot{r}(s) = -k\theta(s) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{r}_1 \\ \dot{r}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -k \end{bmatrix} \theta$$

معادلات حالت کامل‌تر برای سیستم فوق که به صورت کامل‌تری رفتار سیستم را بیان می‌کند به صورت زیر است توجه داریم که تابع تبدیل به صورت کامل رفتار سیستم را بیان نمی‌کند.

$$\begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{mg}{(\frac{J}{R^2} + m)} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \alpha \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$y = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} r \\ \dot{r} \\ \alpha \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}$$

مراحل انجام آزمایش:

A. دستورات زیر را در محیط M-file نوشته تا مدل سیستم را به فرم تابع تبدیل داشته باشیم. سپس تابع تبدیل سیستم را یادداشت کنید.

¹ Lever arm offset

² Ball's moment of inertia

$$m=0.111; R=0.015; g=9.8; l=1; d=0.03; j=9.99e-6;$$

$$k=-(m*g*d)/(l*(j/(R^2)+m));$$

$$num=[k]; den=[1 \ 0 \ 0]; G=tf(num,den)$$

- B.** سیستم را وارد جعبه ابزار sisotool کنید و پاسخ به ورودی پله را مشاهده کنید. آیا سیستم پایدار است؟
- C.** نمودار مکان هندسی ریشه‌های سیستم را به کمک جعبه ابزار sisotool رسم کنید. با توجه به نمودار مکان هندسی رسم شده در مورد پایداری سیستم بحث کنید.
- D.** نمودارهای پاسخ فرکانسی سیستم را رسم کنید و در مورد پایداری سیستم با توجه به هر نمودار صحبت کنید.
- E.** می‌خواهیم کنترلی طراحی کنیم تا زمان نشست سیستم را کمتر از ۳ ثانیه و ماکزیمم درصد فراجش کمتر از ۵٪ شود کنترلر مناسب برای سیستم طراحی کنید و سپس کنترلر را در جعبه‌ابزار sisotool به سیستم اضافه کنید و پاسخ پله سیستم را مشاهده کنید و بررسی کنید که خواسته‌ها برآورده شده‌اند یا خیر؟
- F.** همان‌طور که می‌دانیم کنترلر PID با معادله مقابل مدل می‌شود :
- $$k_p + k_D s + \frac{k_I}{s} \quad \frac{k_p s + k_D s^2 + k_I}{s}$$
- که تابع تبدیل آن به صورت روبه‌رو بدست می‌آید:
- همان‌طور که ملاحظه می‌شود کنترلر PID یک قطب در مبدا ایجاد کرده که به دلیل افزایش نوع سیستم، خطای حالت دائم از بین رفته و افزودن دو صفر به سیستم، حالت گذرای سیستم را بهبود می‌بخشد. در اینگونه موارد معمولاً یک صفر را نزدیک مبدا در نظر می‌گیرند تا این که قطب مبدا را جبران کرده و پاسخ حالت گذرا بهتر شود.
- در قسمت کنترلر جعبه‌ابزار sisotool دو صفر حقیقی و یک قطب در مبدا اضافه کنید مکان صفرها را به گونه‌ای تغییر دهید تا به بهترین پاسخ برسیم. محل صفرها و در نتیجه کنترلر PID را یادداشت کنید.
- G.** به کمک بخش Automated Tuning جعبه ابزار sisotool کنترلر PID ای طراحی کنید تا زمان نشست سیستم را کمتر از ۳ ثانیه و ماکزیمم درصد فراجش کمتر از ۵٪ شود.
- H.** با استفاده از روش زیگلر-نیکولس ابتدا ضرایب کنترلر PID را بدست آورید و سپس به کمک جعبه‌ابزار pidtuner ضرایب را به گونه‌ای تنظیم کنید تا به خواسته‌ها برسیم.
- I.** سیستم را در محیط simulink شبیه‌سازی کرده و با افزودن کنترلر طراحی شده پاسخ به ورودی‌های مختلف برای سیستم را مشاهده کنید. و نتایج خود را ثبت کنید.

برای شبیه‌سازی سیستم در simulink ابتدا مدل سیستم را از روی معادله ریاضی سیستم شبیه‌سازی می‌کنیم، معادله حرکت لاگرانژ برای توپ به صورت زیر می‌باشد:

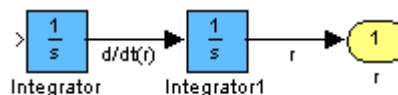
$$0 = \left(\frac{J}{R^2} + m \right) \ddot{r} + mgsin\alpha - mr(\dot{\alpha})^2$$

$$\alpha = \frac{d}{L} \theta$$

زاویه‌ی تخته (α) را می‌توان به کمک زاویه‌ی چرخ دنده (θ) بیان کرد:

اکنون می‌خواهیم معادله‌ی غیر خطی لاگرانژ برای حرکت را می‌خواهیم به صورت مستقیم مدل کنیم. بدین منظور گام‌های زیر را طی کنید:

- ابتدا دو انتگرال گیر و سپس یک بلوک خروجی وارد کنید.
- مطابق شکل ۲ انتگرال گیر و بلوک خروجی را به هم وصل کنید.
- بلوک خروجی را تحت عنوان r و خطوط را مطابق با نام‌هایی که در شکل می‌بینید نامگذاری کنید.



شکل ۲

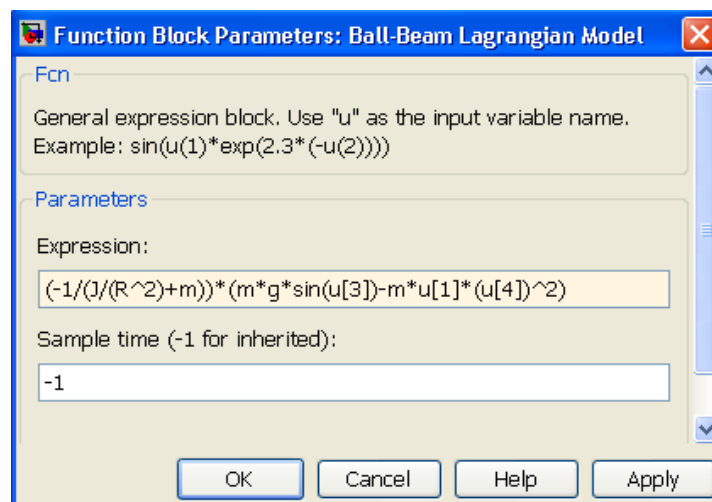
اکنون می‌خواهیم بلوک تابع را وارد کنیم که بردار $\left[r \frac{dr}{dt} \alpha \frac{d\alpha}{dt} \right]$ را به عنوان ورودی دریافت می‌کند و $\frac{d^2r}{dt^2}$ را به عنوان خروجی می‌دهد.

- بلوک Fcn از قسمت user defined function وارد نمایید.
- بر روی بلوک Fcn دوبار کلیک کرده و تابع را به صورت زیر تعریف کنید:

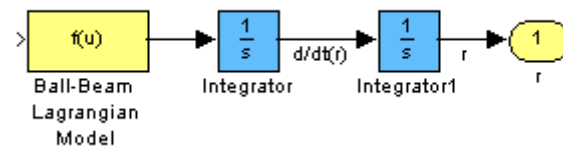
$$(-1/(1/(R^2)+m))*(m*g*\sin(u[3])-m*u[1]*(u[4])^2)$$

این بلوک بردار ورودی u را دریافت می‌کند که دارای چهار عضو می‌باشد و این اعضا عبارتند از:

$$u = [u[1] \quad u[2] \quad u[3] \quad u[4]] = \left[r \quad \frac{dr}{dt} \quad \alpha \quad \frac{d\alpha}{dt} \right]$$



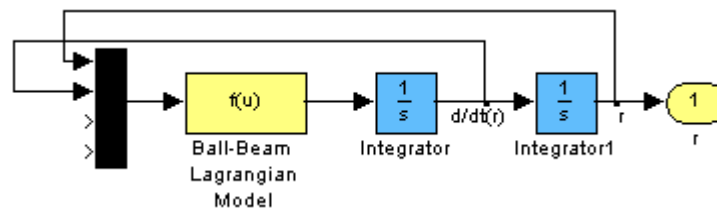
شکل ۳. تعریف تابع



شکل ۴

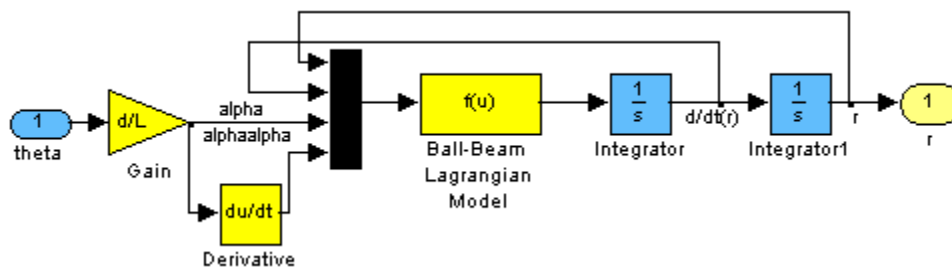
اکنون می‌خواهیم بردار ورودی u برای بلوک دیاگرام فوق را بسازیم :

- ابتدا mux را وارد سیستم کنید و تعداد ورودی‌های آن را برابر با ۴ انتخاب نمایید.
- همانند شکل ۵ ورودی‌های r و dr/dt را از محلی که نامگذاری نمودید به ورودی‌های mux وصل نمایید.



شکل ۵. وارد کردن ورودی‌ها برای بلوک دیاگرام تابع

و در نهایت برای ورودی‌های α مانند شکل ۶ عمل می‌کنیم:



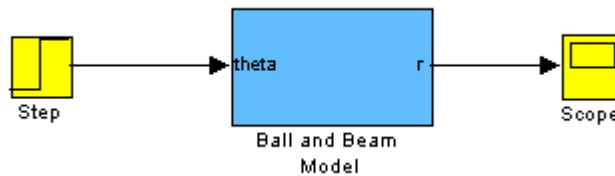
شکل ۶. مدل توپ و تخته

اگر بخواهیم این مدل را در بلوک subsystem داشته باشیم کافیست در یک پنجره دیگر بلوک subsystem را وارد کنیم و سپس مدل بالا (شکل ۶) را در آن کپی کنیم. که در شکل ۷ این موضوع نشان داده شده است.



شکل ۷. تعریف مدل توپ و تخته در یک زیر سیستم

اکنون می‌خواهیم پاسخ پله سیستم را مشاهده کنیم بدین منظور شکل زیر را در محیط simulink پیاده‌سازی می‌کنیم.

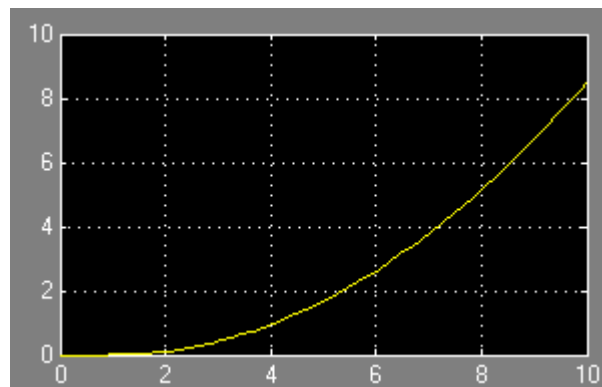


شکل ۸. اعمال ورودی پله به سیستم توپ و تخته

قبل از شبیه‌سازی باید پارامترهای زیر را در MATLAB تعریف کنیم:

$$m = 0.111; R = 0.015; g = -9.8; L = 1.0; d = 0.03; J = 9.99e-6;$$

اکنون می‌توانیم پاسخ پله سیستم را مشاهده کنیم:



شکل ۹. پاسخ پله سیستم توپ و تخته

مدل تعریف شده در محیط سیمولینک را می‌توان به صورت تابع تبدیل و یا فضای حالت در MATLAB داشت. برای این کار می‌توان از دستور `linmod` استفاده نماییم. باید توجه داشت که مدل تعریف شده حتماً باید دارای بلوک‌های ورودی و بلوک‌های خروجی باشد. برای این که مدل توپ و تخته را به فرم فضای حالت داشته باشیم دستورات زیر را کفایت وارد کنیم:

```
[A,B,C,D]=linmod('ball')
[num,den]=ss2tf(A,B,C,D)
```

در محیط سیمولینک یک کنترلر پیشفاز دارای صفری در -0.01 و قطبی در -5 با بهره‌ی 37.1 برای سیستم تعریف کرده و پاسخ سیستم به ورودی پله را اکنون در حضور این کنترلر مشاهده کنید.

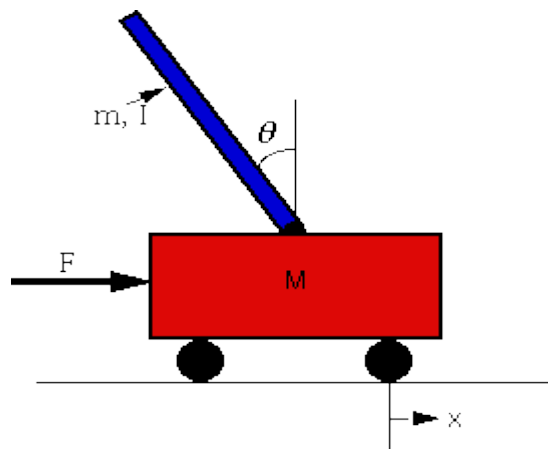
توجه: انیمیشن مربوط به پاسخ فیزیکی این سیستم را می‌توانید با اجرای فایل `bbGUI.m` مشاهده نمایید. این انیمیشن که به صورت GUI می‌باشد برای درک بهتر پاسخ فیزیکی سیستم کنترلی می‌باشد. همچنین نمودارهای پاسخ سیستم نیز با اجرای این فایل کشیده می‌شود.

آزمایش ۱۱: پاندول معکوس

هدف آزمایش: در این آزمایش دانشجو ابتدا به مدل‌سازی سیستم پاندول معکوس در MATLAB می‌پردازد. سپس مدل

بدست آمده را مورد تحلیل قرار می‌دهد و نمودارهای پاسخ زمانی و پاسخ فرکانسی را برای سیستم رسم می‌کند. در انتها دانشجویان به طراحی کنترلر برای این سیستم می‌پردازند و رفتار سیستم را بعد از افزودن کنترلر مورد بررسی قرار می‌دهند.

تئوری آزمایش: شکل ۱ گاری با یک پاندول معکوس را نشان می‌دهد که در آن نیروی ضربه‌ای F به جرم M اعمال شده است.

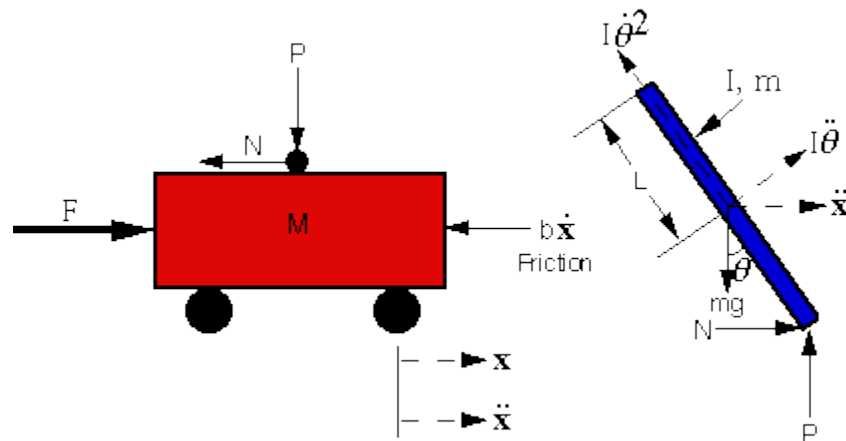


شکل ۱. گاری و پاندول معکوس

ابتدا معادلات دینامیکی حرکت را برای سیستم مشخص می‌کنیم و سپس خطی‌سازی برای سیستم حدود زاویه‌ی $\theta = 0$ را انجام می‌دهیم (به عبارت دیگر فرض می‌کنیم پاندول نمی‌تواند بیشتر از چند درجه از خط عمود حرکت کند) برای این سیستم فرض می‌کنیم که:

0.5kg	جرم گاری	M
0.2kg	جرم پاندول	m
0.1 N/m/sec	اصطکاک گاری	b
0.3 m	طول مرکز جرم پاندول	l
0.006 kg*m ²	اینرسی (لختی) پاندول	I
	نیرم اعمال شده به گاری	F
	مختصات مکان گاری	x
	زاویه پاندول نسبت به خط عمود	

مدل‌سازی سیستم. در شکل ۲ دیاگرام سیستم نشان داده شده است.



شکل ۲. نیروهای اعمالی در سیستم پاندول معکوس

با جمع نیروهای اعمال شده به گاری در جهت افقی معادله حرکت به صورت روبه‌رو در می‌آید:

$$M\ddot{x} + b\dot{x} + N = F$$

باید توجه داشت که شما می‌توانید نیروها را در جهت عمودی نیز جمع کنید ولی با این کار اطلاعات مفیدی حاصل نخواهد شد.

با جمع نیروهای اعمال شده به پاندول در جهت افقی معادله حرکت به صورت زیر در می‌آید:

$$N = m\ddot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta$$

اگر این معادله را در معادله اول جایگذاری کنید معادله اول حرکت برای سیستم به صورت زیر در می‌آید:

$$(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta}\cos\theta - ml\dot{\theta}^2\sin\theta = F \quad (1)$$

برای بدست آوردن معادله دوم حرکت برآیند نیروهای عمودی پاندول را می‌نویسیم:

$$P\sin\theta + N\cos\theta - mg\sin\theta = ml\ddot{\theta} + m\ddot{x}\cos\theta$$

برای رهایی از جمله‌های N و P در معادله بالا، معادله برآیند گشتاورها حول مرکز ثقل پاندول را می‌نویسیم:

$$-pl\sin\theta - Nl\cos\theta = I\ddot{\theta}$$

از ترکیب دو معادله اخیر معادله دوم حرکت به صورت زیر در می‌آید:

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} + mgl\sin\theta = -ml\ddot{x}\cos\theta \quad (2)$$

اکنون می‌خواهیم سیستم (دو معادله بدست آمده) را حول زاویه $\theta = \pi$ خطی سازی کنیم. فرض می‌کنیم که $\theta = \pi + \varphi$ بیان کننده یک زاویه کوچک می‌باشد. بنابراین $\sin \theta = -\varphi$ ، $\cos \theta = -1$ و $(\frac{d\theta}{dt})^2 = 0$ بعد از خطی سازی دو معادله حرکت به صورت زیر می‌شوند: (u نشان دهنده ورودی سیستم می‌باشد)

$$(I + ml^2)\ddot{\varphi} - mgl\varphi = ml\ddot{x}$$

$$(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} - ml\ddot{\varphi} = u$$

تابع تبدیل سیستم. با گرفتن تبدیل لاپلاس از طرفین معادلات خطی شده در بالا داریم:

$$(I + ml^2)\Phi(s)s^2 - mgl\Phi(s) = mlX(s)s^2$$

$$(M + m)X(s)s^2 + bX(s)s - ml\Phi(s)s^2 = U(s) \quad (3)$$

از آنجایی که به زاویه Φ به عنوان خروجی می‌نگریم با حل معادله اول برای $X(s)$ داریم:

$$X(s) = \left[\frac{(I + ml^2)}{ml} - \frac{g}{s^2} \right] \Phi(s)$$

با جایگذاری معادله فوق در معادله دوم حرکت سیستم خطی شده (معادله ۳) داریم:

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q}s^2}{s^4 + \frac{b(I + ml^2)}{q}s^3 - \frac{(M + m)mgl}{q}s^2 - \frac{bmgl}{q}s}$$

$$q = [(M + m)(I + ml^2) - (ml)^2] \quad \text{که در آن}$$

از تابع تبدیل بالا مشخص است که یک صفر و قطب در مبدا همدیگر را حذف می‌کنند. بنابراین تابع تبدیل به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$\frac{\Phi(s)}{U(s)} = \frac{\frac{ml}{q}s}{s^3 + \frac{b(I + ml^2)}{q}s^2 - \frac{(M + m)mgl}{q}s - \frac{bmgl}{q}}$$

فضای حالت سیستم. پس از انجام محاسبات جبری معادلات فضای حالت سیستم به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\Phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{I(M+m) + Mml^2} & \frac{0}{I(M+m) + Mml^2} & 0 \\ 0 & \frac{-(I+ml^2)b}{I(M+m) + Mml^2} & \frac{m^2gl^2}{I(M+m) + Mml^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-mlb}{I(M+m) + Mml^2} & \frac{mgl(M+m)}{I(M+m) + Mml^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \Phi \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{I+ml^2}{I(M+m) + Mml^2} \\ 0 \\ \frac{ml}{I(M+m) + Mml^2} \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \Phi \\ \dot{\Phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

همانطور که دیده می‌شود ماتریس C یک ماتریس 2×4 است؛ زیرا خروجی سیستم موقعیت گاری و موقعیت پاندول در نظر گرفته شده است. برای مسئله طراحی فضای حالت، ما سیستم چند خروجی را کنترل می‌کنیم از این‌رو در سطر اول موقعیت گاری و در سطر دوم موقعیت پاندول را داریم.

مراحل انجام آزمایش:

A. دستورات زیر را در محیط M-file نوشته تا مدل سیستم را به فرم فضای حالت داشته باشیم. سپس می‌خواهیم خروجی‌های سیستم حاصل از ورودی پله با مقدار 0.2 را ببینیم.

```
M = .5;
m = 0.2;
b = 0.1;
I = 0.006;
g = 9.8;
l = 0.3;

p = i*(M+m)+M*m*l^2; %denominator for the A and B matrices
A = [0      1      0      0;
     0 -(i+m*l^2)*b/p (m^2*g*l^2)/p 0;
     0      0      0      1;
     0 -(m*l*b)/p    m*g*l*(M+m)/p 0];
B = [0;
     (i+m*l^2)/p;
     0;
     m*l/p];
C = [1 0 0 0;
     0 0 1 0];
D = [0;
     0];
pend=ss(A,B,C,D);
T=0:0.05:10;
U=0.2*ones(size(T));
[Y,T,X]=lsim(pend,U,T);
plot(T,Y)
```

B. دستورات زیر را در محیط M-file نوشته تا مدل سیستم را به فرم تابع تبدیل داشته باشیم. سپس تابع تبدیل سیستم را یادداشت کنید. سیستم را وارد جعبه ابزار sisotool کنید و پاسخ به ورودی ضربه را مشاهده کنید. آیا سیستم پایدار است؟

```
M = .5;
m = 0.2;
b = 0.1;
i = 0.006;
g = 9.8;
l = 0.3;

q = (M+m)*(i+m*l^2)-(m*l)^2; %simplifies input

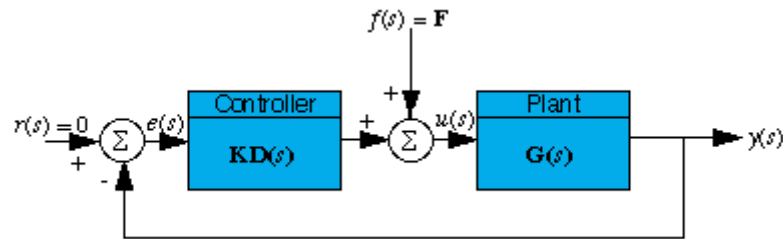
num = [m*l/q 0];
den = [1 b*(i+m*l^2)/q -(M+m)*m*g*l/q -b*m*g*l/q];
pend=tf(num,den)
```

توجه: پس از انجام قسمت‌های A و B در می‌یابید که سیستم ناپایدار می‌باشد. طراحی کنترلرهای PID و یا پیش‌فاز پس‌فاز به روش‌های مکان‌هندسی سیستم‌ها و یا به روش پاسخ فرکانسی به احتمال زیاد منجر به کنترلری عملی برای سیستم پاندول معکوس نمی‌شود. همانطور که قبلاً نیز بیان شد وقتی ما مسئله را به صورت تک ورودی- تک خروجی در نظر می‌گیریم، از مکان X گاری صرف‌نظر می‌کنیم. پاندول در حالت معکوس می‌تواند پایدار بشود اگر مکان X ثابت باشد و یا گاری با سرعت ثابت (بدون شتاب) حرکت کند. شایان ذکر است که این مثال تنها به عنوان مثالی برای طراحی و تحلیل در نظر گرفته شده است و برای کنترل سیستم پاندول معکوس در عمل نمی‌باشد.

C. نمودار مکان‌هندسی ریشه‌ها و نمودارهای پاسخ فرکانسی برای سیستم را به کمک جعبه ابزار sisotool رسم کنید. با توجه به نمودارهای رسم شده در مورد پایداری سیستم صحبت کنید.

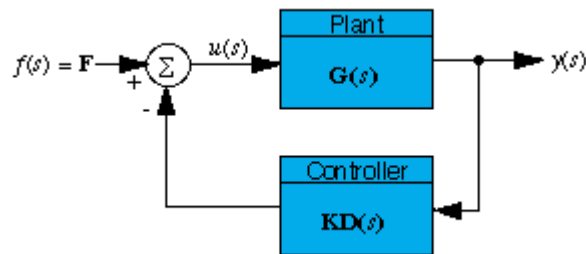
D. همان‌طور که بیان شد در روش‌های طراحی کنترلر در کنترل خطی ما برای سیستم‌های تک ورودی- تک خروجی کنترلر طراحی می‌کنیم. در این آزمایش می‌خواهیم مکان پاندول را کنترل کنیم و محدودیتی برای کنترل گاری نداریم. فرض می‌کنیم که سیستم از نقطه تعادل شروع می‌شود و ورودی ضربه 1N به سیستم اعمال می‌کنیم. پاندول در مدت زمان کمتر از ۵ ثانیه باید به حالت قائم برگردد و هیچ‌گاه بیشتر از ۰.۰۵ رادیان از حالت عمودی دور نشود. بنابراین شرایط لازم طراحی عبارتند از:

- زمان نشست کمتر از ۵ ثانیه
 - زاویه پاندول هرگز از ۰.۰۵ رادیان نسبت به خط عمود دور نشود.
- کنترل این سیستم تا حدی با کنترل سیستم‌هایی که تاکنون انجام داده‌اید کمی متفاوت می‌باشد. از آنجایی که به دنبال کنترل موقعیت پاندول هستیم، که بعد از یک اغتشاش اولیه می‌بایست به حالت عمودی برگردد بنابراین سیگنال ورودی که می‌بایست ردیابی شود می‌بایست صفر در نظر گرفته شود. نیرویی که به گاری وارد می‌شود به عنوان اغتشاش ضربه‌ای می‌تواند با سیستم جمع شود شماتیک این مسئله مانند شکل ۳ می‌شود.



شکل ۳. شماتیک سیستم پاندول معکوس

برای وارد کردن سیستم در MATLAB بهتر است سیستم را به فرم شکل ۴ در نظر بگیریم.



شکل ۴. شماتیک برای وارد کردن سیستم در MATLAB

تابع تبدیل این سیستم حلقه بسته با نوشتن دستورات زیر در MATLAB حاصل می‌شود.

```
Kd = 1; Kp = 1; Ki = 1;
contr=tf([Kd Kp Ki],[1 0]);
sys_cl=feedback(pend,contr);
```

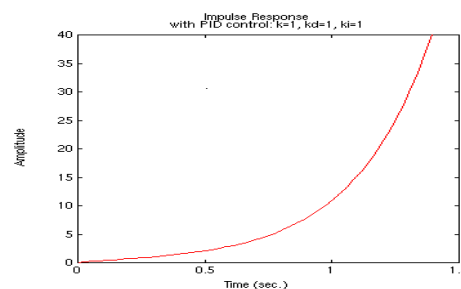
حالت بالا فرض شده است که هر دو بخش انتگرال گیر و مشتق گیر نیاز می باشد. اگر فقط یکی از بخش‌های انتگرال گیر و یا مشتق گیر را خواستید می‌توانید دستورات زیر را در محیط MATLAB تایپ کنید.

```
contr=tf([Kp Ki],[1 0]); % PI control
contr=tf([Kd Kp],1); % PD control
```

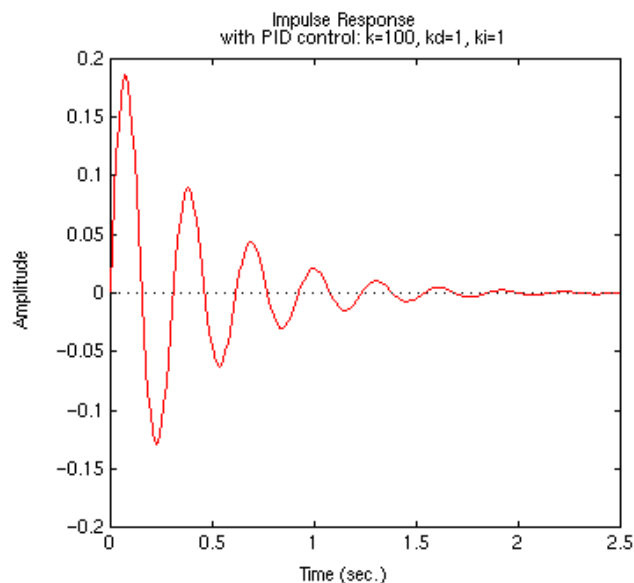
ابتدا پاسخ ضربه سیستم را مشاهده کنید بدین منظور دستورات زیر را تایپ کنید:

```
t=0:0.01:5;
impulse(sys_cl,t)
axis([0 1.5 0 40])
```

در این صورت پاسخ سیستم همانند شکل ۵ می‌شود:

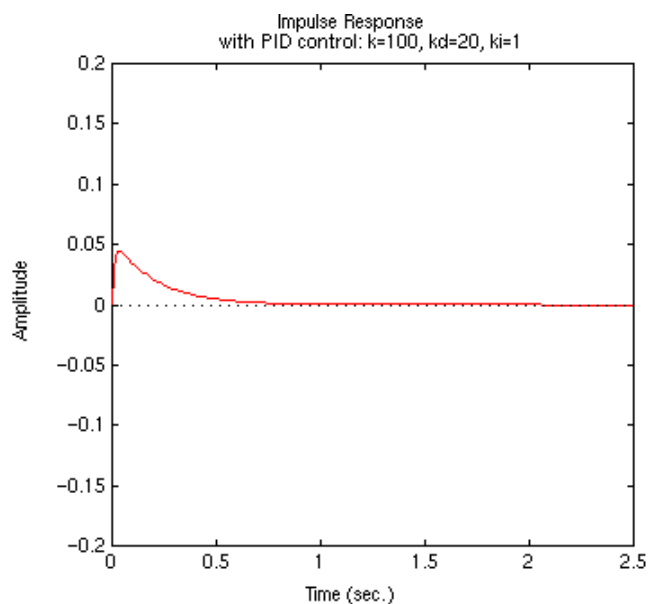
شکل ۵. پاسخ سیستم ناشی از اغتشاش ضربه‌ای به همراه مقادیر $K_d = 1$; $K_p = 1$; $K_i = 1$

همانطور که مشاهده می‌شود پاسخ پایدار نیست ابتدا می‌خواهیم بهره تناسبی را افزایش دهیم و اثر آن را مشاهده کنیم اگر $K_p=100$ انتخاب کنیم و دستور `axis([0, 2.5, -0.2, 0.2])` را بزنیم شکل پاسخ همانند شکل ۶ می‌شود.



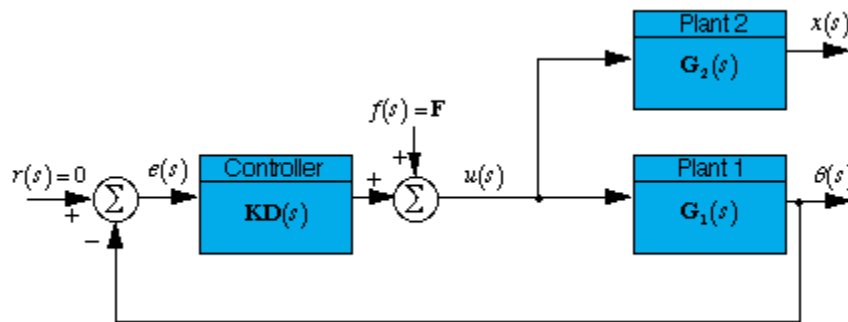
شکل ۶. پاسخ سیستم با افزایش بهره تناسبی

زمان نشست در حدود ۲ ثانیه می‌باشد و قابل قبول است. از آنجایی که خطای حالت ماندگار صفر شده است ضریب انتگرال گیر مناسب می‌باشد. برای امتحان قسمت بهره انتگرال گیر را حذف کنید و پاسخ را مجدداً مشاهده کنید. مقدار فراجش سیستم بسیار زیاد می‌باشد و خواسته دوم طراحی برآورده نشده است برای کم کردن فراجش مقدار k_d را افزایش می‌دهیم اگر مقدار بهره قسمت مشتق گیر را مثلاً حدود ۲۰ تنظیم کنیم داریم



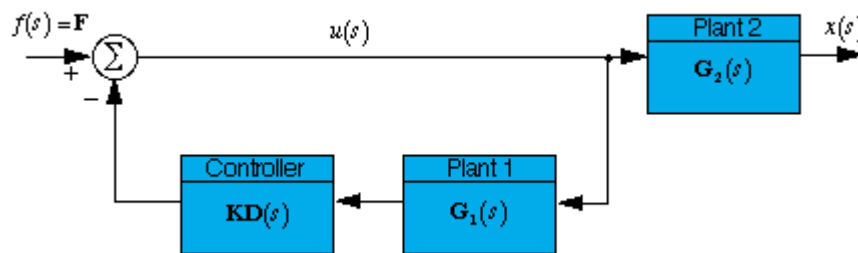
شکل ۷. پاسخ سیستم بعد از تنظیم ضرایب کنترلر

همانطور که در شکل ۷ دیده می‌شود فراجهدش سیستم کمتر از ۰.۰۵ شد. اکنون هر دو خواسته‌ی طراحی برآورده شده است. اکنون می‌خواهیم ببینیم چه اتفاقی بر سر مکان گاری (ارابه) می‌افتد؟ بلوک دیاگرامی که در ابتدا برای این مسئله رسم شد کامل نبود. بلوک مشخص کننده مکان گاری در نظر گرفته نشده بود به خاطر اینکه متغیر $x(s)$ کنترل نمی‌شد. اکنون می‌خواهیم ببینیم چه بلایی سر گاری می‌آید وقتی که کنترلر زاویه‌ی پاندول در سیستم قرار دارد. بدین منظور بلوک دیاگرام واقعی سیستم را در نظر می‌گیریم



شکل ۸. بلوک دیاگرام واقعی سیستم

می‌توان بلوک دیاگرام فوق را به شکل زیر نمایش داد:



شکل ۹. بلوک دیاگرام واقعی سیستم

بنابراین تابع تبدیل سیستم حلقه بسته از ورودی ضربه به مکان گاری به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{x(s)}{f(s)} = \frac{G_2}{1 + KD G_1}$$

اکنون تابع تبدیل برای کل سیستم را در اختیار داریم تابع تبدیل سیستم از ورودی $U(s)$ به خروجی $X(s)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G_2(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{\frac{(I + ml^2)}{q} s^2 - \frac{mgl}{q}}{s^4 + \frac{b(I + ml^2)}{q} s^3 - \frac{(M + m)mgl}{q} s^2 - \frac{bmgl}{q} s}$$

اکنون برای مشاهده پاسخ سیستم دستورات زیر وارد کنید پاسخ سیستم $(x(s))$ همانند شکل ۱۰ می‌شود.

```

M = .5; m = 0.2; b = 0.1; i = 0.006; g = 9.8; l = 0.3;
q = (M+m)*(i+m*l^2)-(m*l)^2; %simplifies input
num1 = [m*l/q 0 0];
den1 = [1 b*(i+m*l^2)/q -(M+m)*m*g*l/q -b*m*g*l/q 0];
G1=tf(num1,den1);

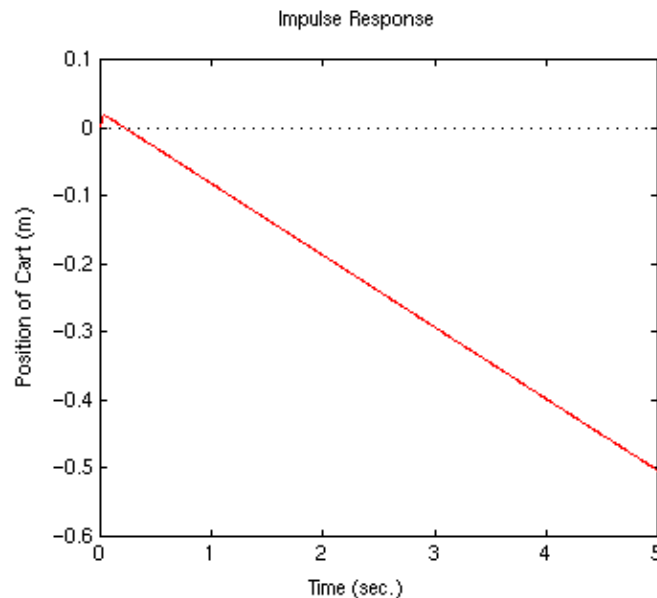
num2 = [(i+m*l^2)/q 0 -m*g*l/q];
den2 = den1;
G2=tf(num2,den2);

kd = 20; kp = 100; ki = 1;
contr=tf([kd kp ki],[1 0]);

xpos=feedback(1,G1*contr)*G2;

t=0:0.01:5;
impulse(xpos,t)

```



شکل ۱۰. مکان گاری

همانطور که ملاحظه می‌شود گاری در جهت منفی با یک سرعت ثابت در حال حرکت است. بنابراین با وجود اینکه کنترلر

PID زاویه پاندول را پایدار کرد ولی این طراحی برای پیاده‌سازی بر روی سیستم واقعی مناسب نمی‌باشد.

E. با استفاده از روش مکان هندسی ریشه‌ها کنترلی طراحی کنید که دو خواسته مطرح شده را برآورده سازد.

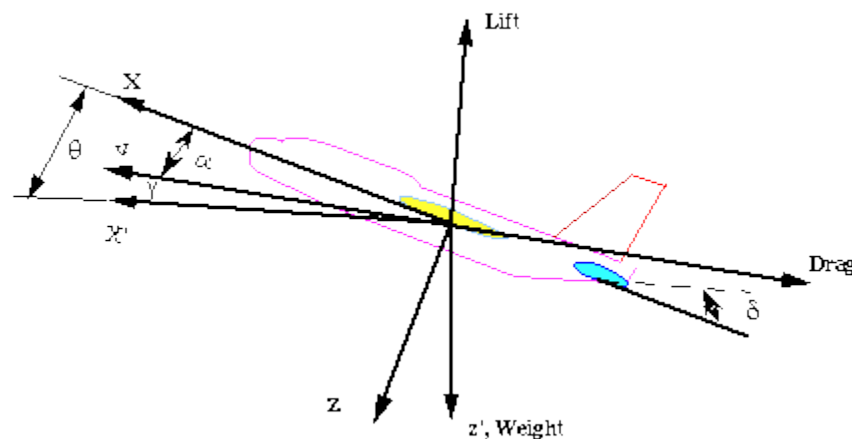
توجه: انیمیشن مربوط به پاسخ فیزیکی این سیستم را می‌توانید با اجرای فایل invGUI.m مشاهده نمایید. این انیمیشن که به صورت GUI می‌باشد برای درک بهتر پاسخ فیزیکی سیستم کنترلی می‌باشد. همچنین نمودارهای پاسخ سیستم نیز با اجرای این فایل کشیده می‌شود.

آزمایش ۱۲: کنترل دوران هواپیما^۱ حول محور عرضی

هدف آزمایش: در این آزمایش دانشجو ابتدا با معادلات سیستم برای کنترل دوران هواپیما آشنا می‌شود. سپس مدل بدست آمده را مورد تحلیل قرار می‌دهد و نمودارهای پاسخ زمانی و پاسخ فرکانسی را برای سیستم رسم می‌کند. در این آزمایش سیستم اتوپایلتی طراحی می‌شود که حرکت دورانی هواپیما را کنترل می‌کند.

تئوری آزمایش: معادلاتی که حرکت هواپیما را کنترل می‌کنند بسیار پیچیده می‌باشند که شامل شش جفت معادلات غیرخطی می‌باشند. به هر حال تحت فرضیات خاصی می‌توان معادلات را خطی کرد. در این آزمایش سیستم اتوپایلتی طراحی می‌کنیم که حرکت دورانی (پیتچ) هواپیما را کنترل می‌کند.^۲

محورهای مختصات پایه و نیروهای تاثیرگذار بر روی یک هواپیما در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱. محورهای مختصات پایه و نیروهای تاثیرگذار بر روی یک هواپیما

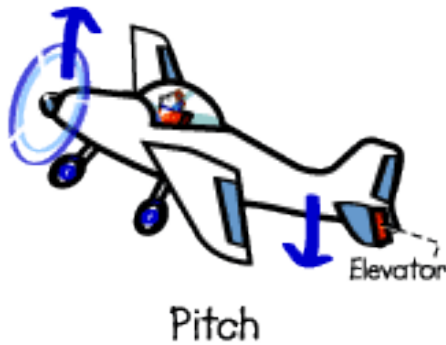
فرض بر این است که هواپیما در یک ارتفاع ثابت قرار دارد و با یک سرعت ثابت در حال حرکت است. همچنین فرض می‌شود که تغییرات در زاویه‌ی پیتچ بر روی سرعت هواپیما هیچ تاثیری ندارد. (این فرض غیر واقعی می‌باشد ولی مسئله را ساده می‌کند). تحت این فرضیات معادلات حرکت هواپیما به صورت زیر بیان می‌شود

برای این سیستم ورودی زاویه‌ی خم (زاویه‌ی انحراف) سکان بالا دهنده^۳ و خروجی زاویه‌ی پیتچ می‌باشد. در شکل ۳ سکان بالا دهنده و در شکل ۴ ارتباط بین سکان بالا دهنده و پیتچ نشان داده شده است.

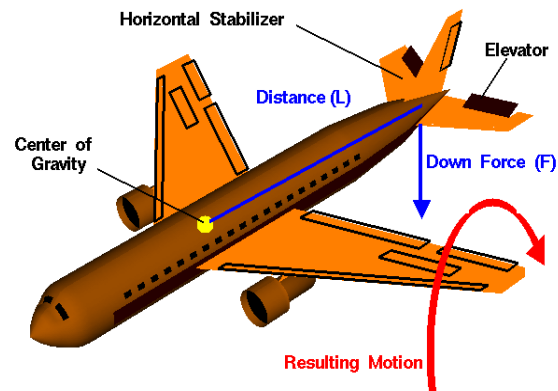
^۱ Pitch control

^۲ برای توضیحات بیشتر در مورد حرکت و کنترل هواپیما می‌توانید به سایت <http://www.nasa.gov> مراجعه نمایید.

^۳ Elevator deflection angle



شکل ۳. ارتباط بین pitch و elevator



شکل ۲. سکان بالا دهنده (elevator) در انتهای هواپیما دیده می‌شود

برای یک هواپیمای بویینگ^۱ مدل سیستم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{\alpha} = -0.313\alpha + 56.7q + 0.232\delta_e$$

$$\dot{q} = -0.0139\alpha - 0.426q + 0.0203\delta_e$$

$$\dot{\theta} = 56.7q$$

در معادلات فوق α زاویه حمله^۲، q نرخ pitch^۳، δ_e زاویه انحراف سکان بالابر، و θ زاویه pitch^۴ می‌باشد.

تابع تبدیل. برای بدست آوردن تابع تبدیل سیستم بالا از طرفین معادلات فوق تبدیل لاپلاس می‌گیریم. تبدیل لاپلاس معادلات بالا به صورت زیر می‌باشد:

$$s\alpha(s) = -0.313\alpha(s) + 56.7q(s) + 0.232\delta_e(s)$$

$$sq(s) = -0.0139\alpha(s) - 0.426q(s) + 0.0203\delta_e(s)$$

$$s\theta(s) = 56.7q(s)$$

بعد از انجام یک سری عملیات جبری تابع تبدیل سیستم به فرم زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{1.151s + 0.1774}{s^3 + 0.739s^2 + 0.921s}$$

¹ Boeing's commercial aircraft

² Angle of attack

³ Pitch rate

⁴ Pitch angle

فضای حالت. معادلات فضای حالت سیستم به راحتی از روی معادلات (۱) بدست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.313 & 56.7 & 0 \\ -0.0139 & -0.426 & 0 \\ 0 & 56.7 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.232 \\ 0.0203 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_e$$

از آنجایی که خروجی سیستم را زاویه‌ی pitch تعریف کردیم بنابراین معادله خروجی به فرم زیر بدست می‌آید:

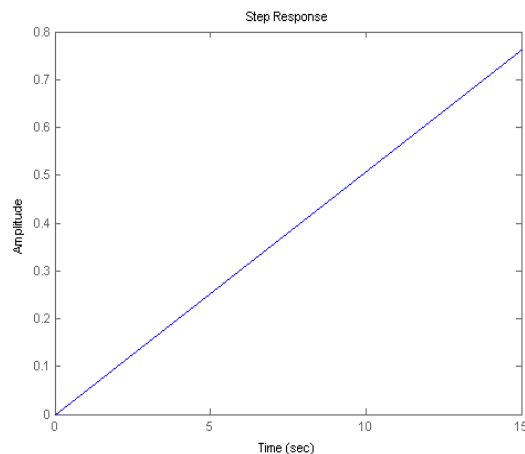
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix}$$

مراحل انجام آزمایش:

A. اکنون می‌توانیم خصوصیات سیستم را در MATLAB مشاهده کنیم. در ابتدا می‌خواهیم پاسخ سیستم حلقه باز به ورودی پله را مشاهده کنیم و ببینیم کدام پارامترهای سیستم نیاز به بهبود دارند. می‌خواهیم ورودی $\delta_e = 0.2rad$ باشد. (حدود یازده درجه) بدین منظور دستورات زیر را در محیط m-file بنویسید.

```
delta_e=0.2;
num=[1.151 0.1774];
den=[1 0.739 0.921 0];
pitch=tf(num,den);
step(delta_e*pitch)
axis([0 15 0 0.8])
```

پاسخی که مشاهده می‌کنید همانند شکل ۴ می‌بایست باشد:



شکل ۴. پاسخ پله سیستم حلقه باز

۴ اکنون مدل فضای حالت سیستم را تعریف کنید و سپس پاسخ سیستم را مشاهده نمایید شکل پاسخ می‌بایست همانند شکل باشد.

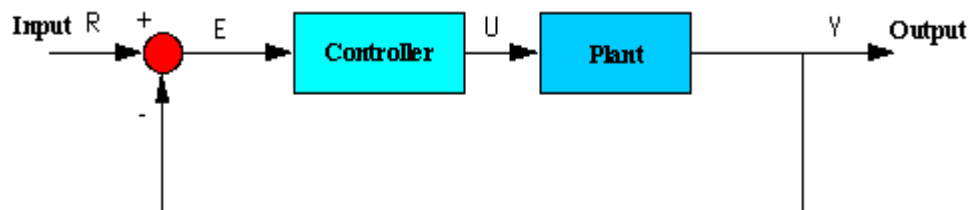
B. می‌خواهیم کنترلر PID به سیستم اضافه کنیم تا خواسته‌های زیر را برآورده سازد:

- فراجش کمتر از ۱۰٪
- زمان صعود کمتر از ۲ ثانیه
- زمان نشست کمتر از ۱۰ ثانیه
- خطای حالت ماندگار کمتر از ۲٪

ورودی در این سیستم زاویه‌ی خمش سکان بالا دهنده^۱ می‌باشد که برابر با ۰.۲ رادیان (حدود ۱۱ درجه) می‌باشد. و خروجی زاویه‌ی pitch (θ) می‌باشد. تابع تبدیل کنترلر PID به صورت زیر می‌باشد:

$$k_p + \frac{k_I}{s} + k_D s = \frac{k_D s^2 + k_D s + k_I}{s}$$

قدم به قدم کنترلرهای P، I و D را به سیستم اضافه می‌کنیم (شکل ۵) و اثر کنترلر را در پاسخ سیستم مشاهده می‌کنیم.



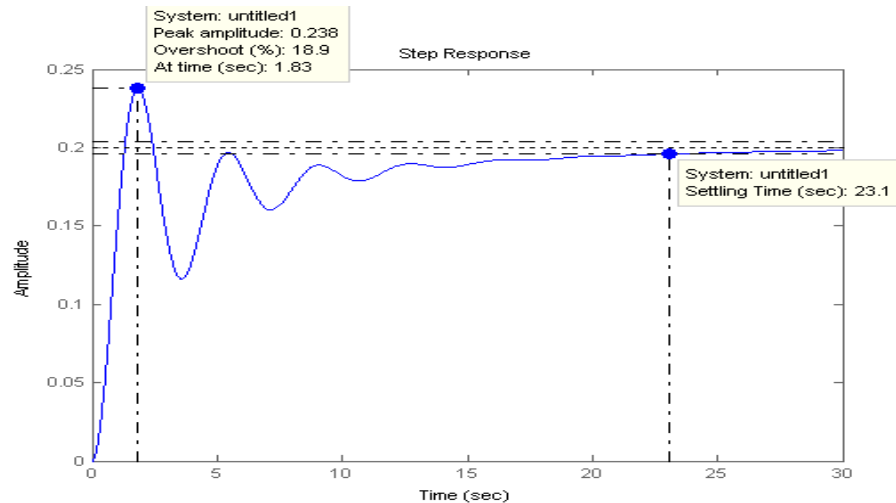
شکل ۵. افزودن کنترلر

کنترلر تناسبی. با افزودن کنترلر تناسبی تابع تبدیل سیستم حلقه بسته به صورت زیر می‌شود:

$$\frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{k_p(1.151s + 0.1774)}{s^3 + 0.739s^2 + (1.151k_p + 0.921)s + 0.1774k_p}$$

در ابتدا فقط کنترلر تناسبی به سیستم با بهره ۲ به سیستم اضافه می‌کنیم باید شکل پاسخ سیستم همانند شکل زیر شود.

¹ Elevator deflection angle

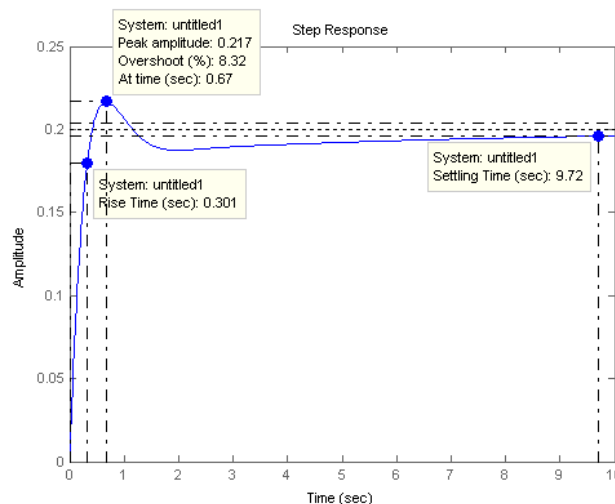


شکل ۶. پاسخ سیستم بعد از افزودن کنترلر تناسبی

کنترل PD. یادآوری می‌شود که افزودن کنترلر PD باعث کاهش زمان نشست و فرافروش می‌شود. تابع تبدیل حلقه بسته سیستم با افزودن کنترلر PD به صورت زیر بدست می‌آید.

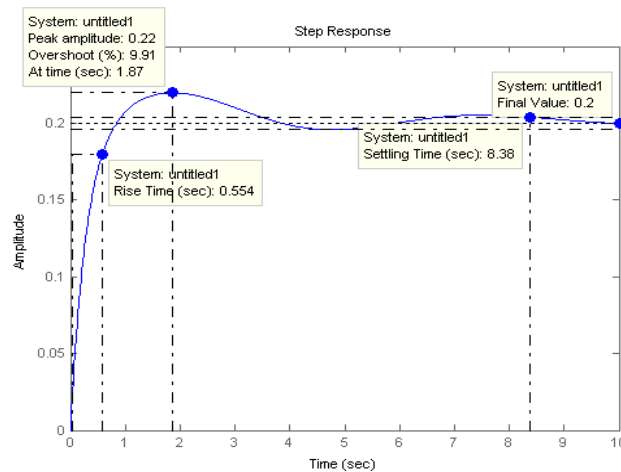
$$\frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{1.151k_D s^2 + (1.151k_p + 0.1774k_D)s + 0.1774k_p}{s^3 + (0.739 + 1.151k_D)s^2 + (1.151k_p + 0.921 + 0.1774k_D)s + 0.1774k_p}$$

اگر بهره کنترلر تناسبی را برابر با ۹ و بهره کنترلر مشتق‌گیر را برابر با ۴ برگزینیم پاسخ سیستم همانند شکل ۷ خواهد شد.



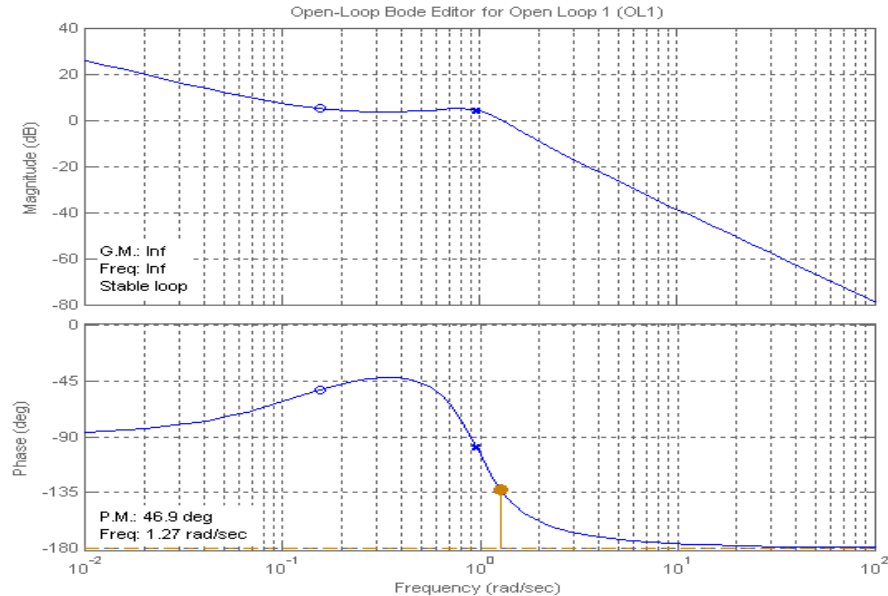
شکل ۷. پاسخ سیستم با افزودن کنترلر PD

کنترل PID. هر چند تمام خواسته‌های کنترلی برآورده شده است کنترلر انتگرالی برای بدست آوردن پاسخی نرم‌تر می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. بعد از چندین مرحله سعی و خطا ضرایب کنترلر به صورت $k_p = 2$, $k_I = 4$, $k_D = 3$ پاسخ نرم‌تری را تولید می‌کند که تمام خواسته‌های سیستم کنترلی را برآورده می‌سازد.



شکل ۸. پاسخ سیستم با افزودن کنترلر PID

C. به کمک روش پاسخ فرکانسی کنترلی طراحی نمایید که خواسته‌های بیان شده در قسمت قبل را برآورده سازد. یادآوری می‌شود که بهترین راه طراحی کنترلر برای سیستم‌های پایدار استفاده از روش پاسخ فرکانسی می‌باشد اکنون می‌خواهیم برای همین سیستم به کمک روش پاسخ فرکانسی کنترلر طراحی کنیم. ابتدا نمودار بود را برای این سیستم حلقه باز رسم می‌کنیم.



شکل ۹. نمودار بود

با توجه به خواسته‌های طراحی می‌بایست $\omega_n \geq 0.9, \zeta \geq 0.52$ باشد. با توجه به ۲ رابطه‌ای که در زیر نشان داده شده است در میابیم که فرکانس پهنای باند و حاشیه فاز می‌بایست به ترتیب بیشتر از ۰.۹ و ۵۲ درجه باشند.

$$t_r = \frac{1.8}{\omega_n} = \frac{1.8}{BW}, \quad \zeta = \frac{PM(deg)}{100}$$

جبران‌ساز پیش‌فاز: این جبران‌ساز فاز مثبت به سیستم می‌دهد. در نتیجه حاشیه فاز و طبیعتاً میرایی نیز زیادتر می‌شود و بنابراین زمان نشست با توجه به افزایش میرایی کم می‌شود. همانطور که بیان شد تابع تبدیل یک جبران‌ساز پیش‌فاز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$c(s) = k_{lead} \left(\frac{a_{lead} T_{lead} s + 1}{T_{lead} s + 1} \right)$$

پارامترهای $a_{lead}, T_{lead}, k_{lead}$ را بیابید و سپس پاسخ پله سیستم و نمودار بود سیستم را مشاهده نمایید چه تفاوتی نسبت به قبل حاصل شده است؟

جبران‌ساز پس‌فاز: این جبران‌ساز باعث کاهش خطای حالت ماندگار می‌شود. تابع تبدیل یک جبران‌ساز پس‌فاز مرتبه اول به صورت زیر تعریف می‌شود:

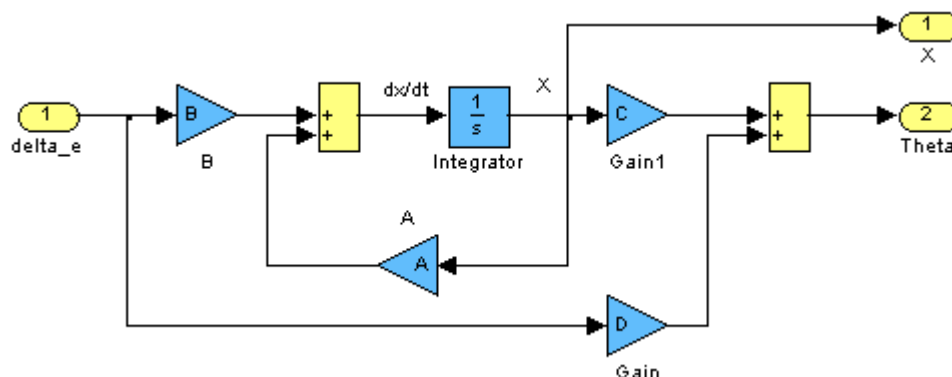
$$c(s) = \frac{k_{lag}}{a_{lag}} \left(\frac{a_{lag} T_{lag} s + 1}{T_{lag} s + 1} \right)$$

پارامترهای $a_{lag}, T_{lag}, k_{lag}$ را بیابید و سپس پاسخ پله سیستم و نمودار بود سیستم را مشاهده نمایید چه تفاوتی نسبت به قبل حاصل شده است؟

D. به کمک روش مکان هندسی ریشه‌ها کنترلی طراحی کنید که خواسته‌های کنترلی مطرح در بخش B را برآورده سازد.

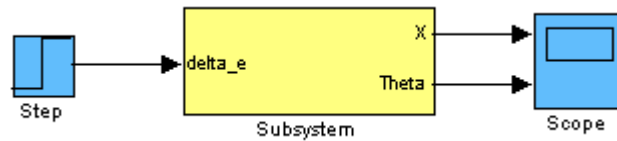
E. مدل فضای حالت سیستم را در سیمولینک شبیه‌سازی کرده و سپس پاسخ به ورودی‌های متفاوت را مشاهده کنید و نتایج خود را برای هر ورودی به طور جداگانه بیان کنید.

برای ساختن مدل در سیمولینک به صورت زیر عمل کنید: ابتدا شکل ۱۰ را در سیمولینک بسازید.



شکل ۱۰. مدل فضای حالت سیستم

سپس از طرح خود یک مدل بسازید و پاسخ به ورودی‌های متفاوت را بدست آورید.



شکل ۱۱. اعمال ورودی پله به سیستم

F. سیستم را وارد جعبه ابزار sisotool کنید و نمودارهای مکان و پاسخ فرکانسی را برای سیستم رسم نمایید.

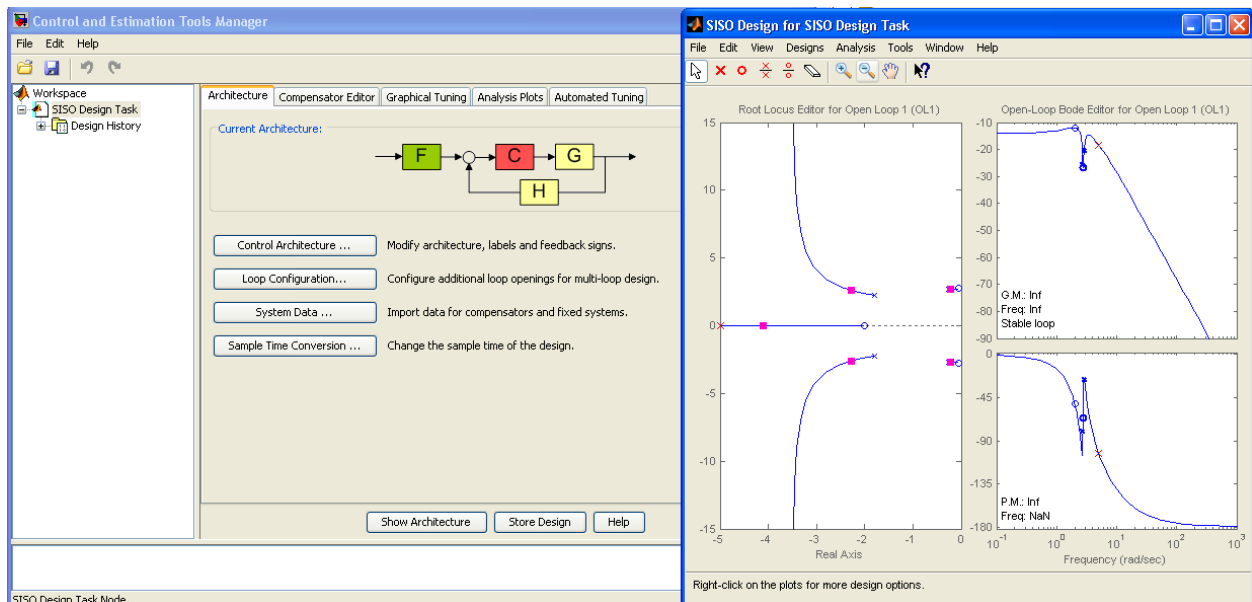
توجه: انیمیشن مربوط به پاسخ فیزیکی این سیستم را می‌توانید با اجرای فایل pitchGUI.m مشاهده نمایید. این انیمیشن که به صورت GUI می‌باشد برای درک بهتر پاسخ فیزیکی سیستم کنترلی می‌باشد. همچنین نمودارهای پاسخ سیستم نیز با اجرای این فایل کشیده می‌شود.

جعبه ابزار Sisotool

جعبه ابزار SISO یک واسطه گرافیکی کاربر می باشد که برای تحلیل سیستم های تک ورودی- تک خروجی و طراحی کنترلر برای این سیستم‌ها مورد استفاده قرار می گیرد. در مورد جعبه ابزار SISO می توان به موارد زیر اشاره کرد :

- یک واسطه گرافیکی برای نشان دادن و تنظیم نمودارهای مکان هندسی ریشه ها، بود، نایکویست و نیکولز می باشد.
- جعبه ابزار siso با LTI viewer در ارتباط می باشد.
- این جعبه ابزار قابلیت طراحی کنترلرهای PID , LQG , را به صورت خودکار دارا می باشد.

برای باز کردن این جعبه ابزار کافیست در صفحه ی دستورات¹ نرم افزار matlab عبارت روبه رو نوشته شود : `sisotool >>` با نوشتن دستور فوق جعبه ابزار SISO نمایش داده می شود.(شکل ۱)



شکل ۱. نمای کلی از جعبه ابزار siso

در قسمت فوقانی این جعبه ابزار منوی زیر دیده می شود

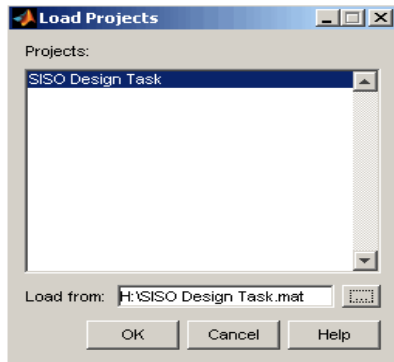
File Edit Help

گزینه های منوی file :

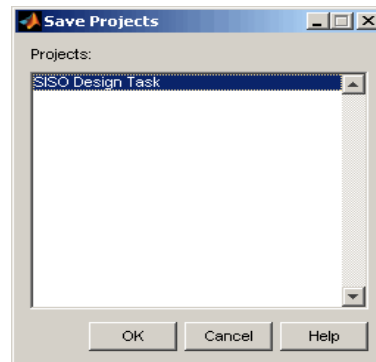
- **load**: برای باز کردن یک siso design از این گزینه استفاده می شود. با کلیک بر روی این گزینه پنجره "load projects" باز می شود. لازم به ذکر است که پروژه ها با فرمت MAT ذخیره می شوند.

¹ Command window

- **Save:** برای ذخیره کردن پروژه‌ی تعریف شده در جعبه ابزار SISO از این گزینه استفاده می‌شود. با کلیک بر روی گزینه Save پنجره "save project" باز می‌شود.

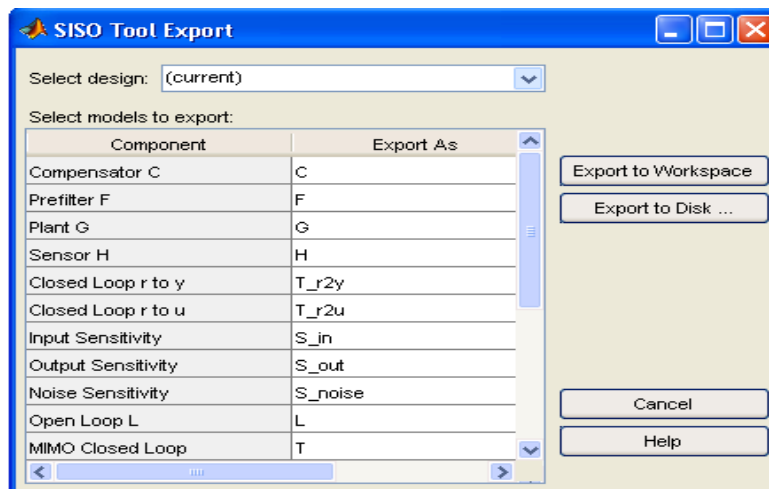


شکل ۳. پنجره مربوط به باز کردن پروژه‌ها



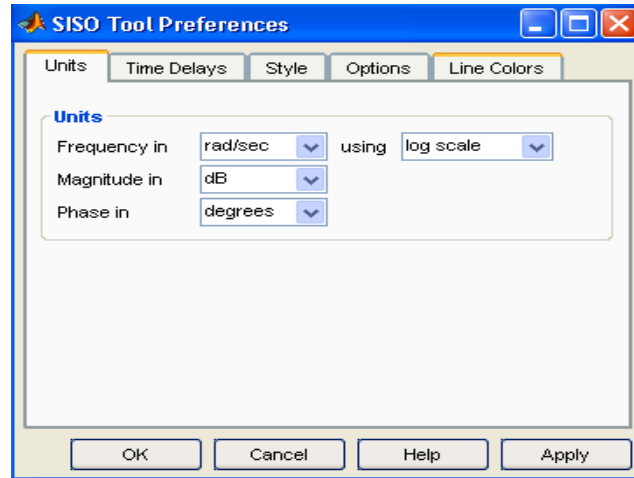
شکل ۲. پنجره مربوط به ذخیره کردن پروژه‌ها

- برای ذخیره سازی، یک نام برای پروژه‌ی خود برگزینید و سپس بر روی **ok** کلیک کنید.
- **Export:** با کلیک کردن بر روی این گزینه پنجره‌ی sisotool export باز می‌شود.



شکل ۴. پنجره مربوط به فرستادن داده‌ها به workspace و یا دیسک

- به کمک این پنجره می‌توان موارد زیر را انجام داد :
- فرستادن مدل‌ها به فضای کاری matlab یا درون یک دیسک.
- ذخیره کردن تغییرات بر روی مدل‌ها که شامل مدل‌های حلقه باز و بسته، توابع تبدیل حساسیت و فضای حالت سیستم‌ها و می‌باشد.
- در منوی **edit** قسمتی تحت عنوان **sisotool preferences** موجود می‌باشد با کلیک بر روی این گزینه پنجره زیر باز می‌شود:

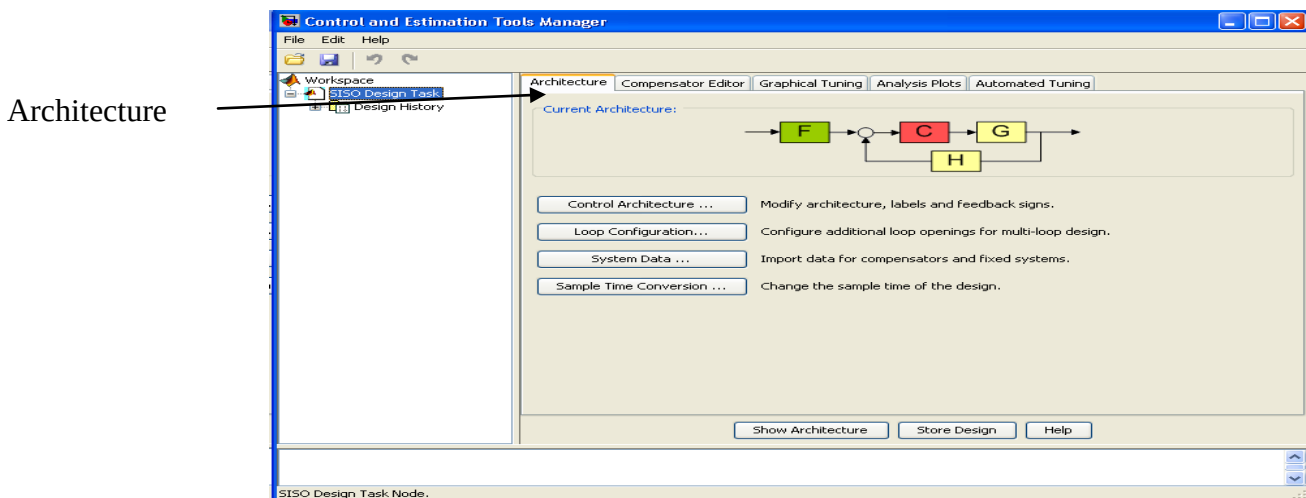


شکل ۵. پنجره تنظیمات

با استفاده از این پنجره می‌توان موارد زیر را انجام داد: ۱. تعیین واحدها ۲. تعیین فونت نوشته‌های برچسب‌ها، موضوع‌ها و
 ۳. تغییر فرمت جبران‌ساز ۴. نشان دادن یا حذف کردن صفرها و قطب‌ها در نمودارهای بود.

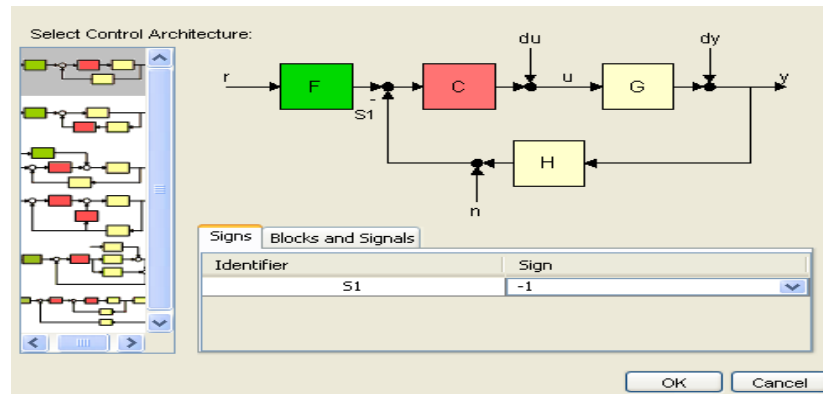
منوی architecture :

در قسمت architecture می‌توان کارهای زیر را انجام داد: ۱. تعیین ساختار کنترلی ۲. وارد کردن مدل‌ها به جعبه ابزار ۳. تغییر زمان نمونه‌برداری برای گسسته کردن سیستم.



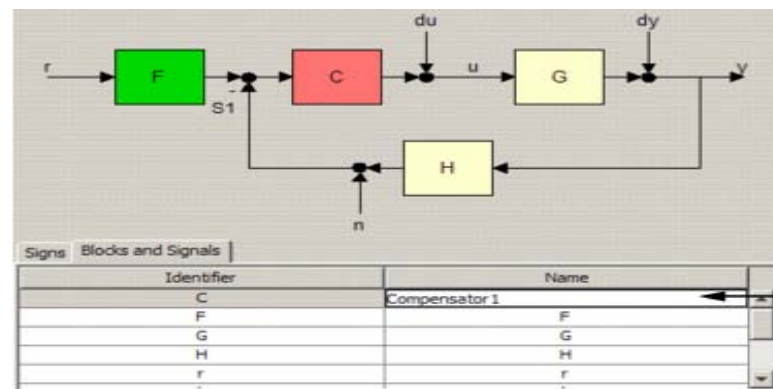
شکل ۶. منوی architecture

با کلیک کردن بر روی منوی "control architecture" پنجره زیر باز می‌شود که در آن بلوک دیاگرام‌های مربوط به مدل مورد نظر نمایش داده می‌شود:



شکل ۷. پنجره مربوط به ساختار کنترلی

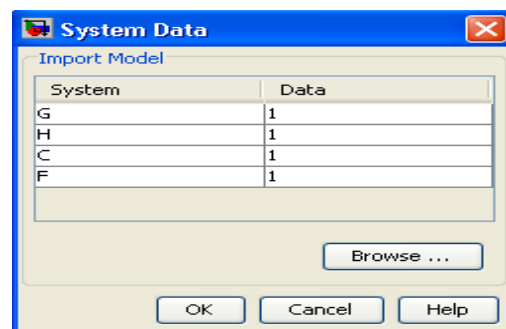
همچنین می‌توان ساختار سیستم کنترلی و علامت های بلوک های جمع کننده را در آن مشخص کرد. برای تعیین علامت‌های بلوک‌های جمع کننده می‌بایست از قسمت “sign” استفاده نمود. در قسمت “blocks and signals” می‌توان برای هر بلوک که در ساختار کنترلی موجود می‌باشد یک اسم دلخواه برگزید.



۲ برای تغییر نام
بار کلیک کنید

شکل ۸. پنجره مربوط به تغییر نام بلوک‌های کنترلی

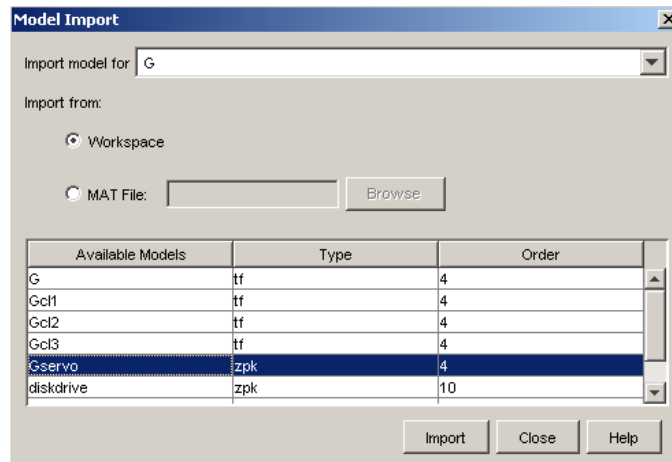
با کلیک بر روی قسمت “system data” در پنل “architecture” پنجره‌ی system data باز می‌شود که در شکل ۹ نشان داده شده است.



شکل ۹. پنجره مربوط به وارد کردن مدل به جعبه ابزار sisotool

می‌توان برای هر یک از بلوک‌هایی که در ساختار کنترلی موجود می‌باشند یک مدل را وارد کرد. به عنوان مثال فرض کنید می‌خواهیم برای بلوک G (پلانت) یک مدل را تعریف کنیم بدین منظور:

۱. بر روی گزینه Browse کلیک کنید. پنجره Model import همانطور که در شکل زیر نشان داده شده است باز می‌شود.



شکل ۱۰. وارد کردن مدل برای G

۲. از مدل‌های موجود در لیست یک مدل را انتخاب کرده، می‌توان مدل‌ها را از بخش Matlab Workspace و MAT-file وارد کرد.

۳. بر روی Import کلیک کنید. سپس Close را بزنید. اکنون می‌توانید مدل بار شده بر روی سیستم را مشاهده کنید.

۴. سپس بر روی ok کلیک کرده و اکنون مدل شما وارد جعبه ابزار شده است.

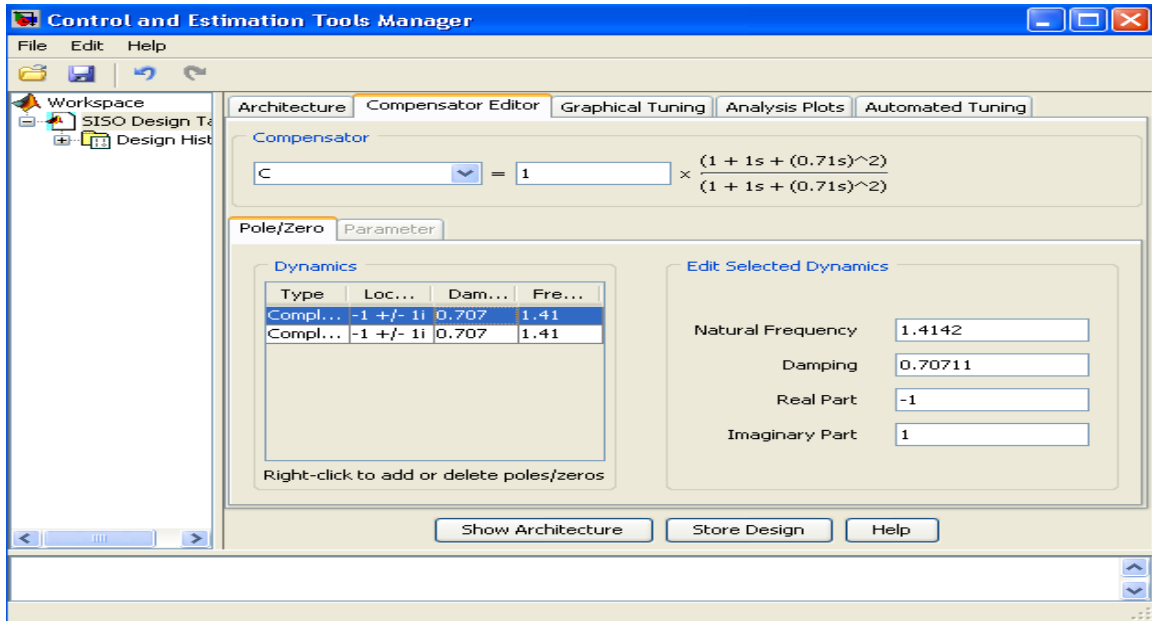
در قسمت sample کلیک کنید. پنجره زیر گشوده می‌شود. در این پنجره می‌توان نرخ نمونه‌برداری برای گسسته‌سازی و همچنین روش تبدیل برای گسسته‌سازی را مشخص کرد که از جمله روش‌های تبدیل برای گسسته کردن سیستم می‌توان به نگهدارنده‌ی مرتبه صفر، نگهدارنده‌ی مرتبه یک، تاستین و... اشاره کرد.



شکل ۱۱. گسسته‌سازی سیستم در جعبه ابزار sisotool

: Compensator Editor

از پنل Compensator Editor می‌توان برای اضافه کردن و یا ویرایش صفر، قطب و بهره کنترلی استفاده کرد.

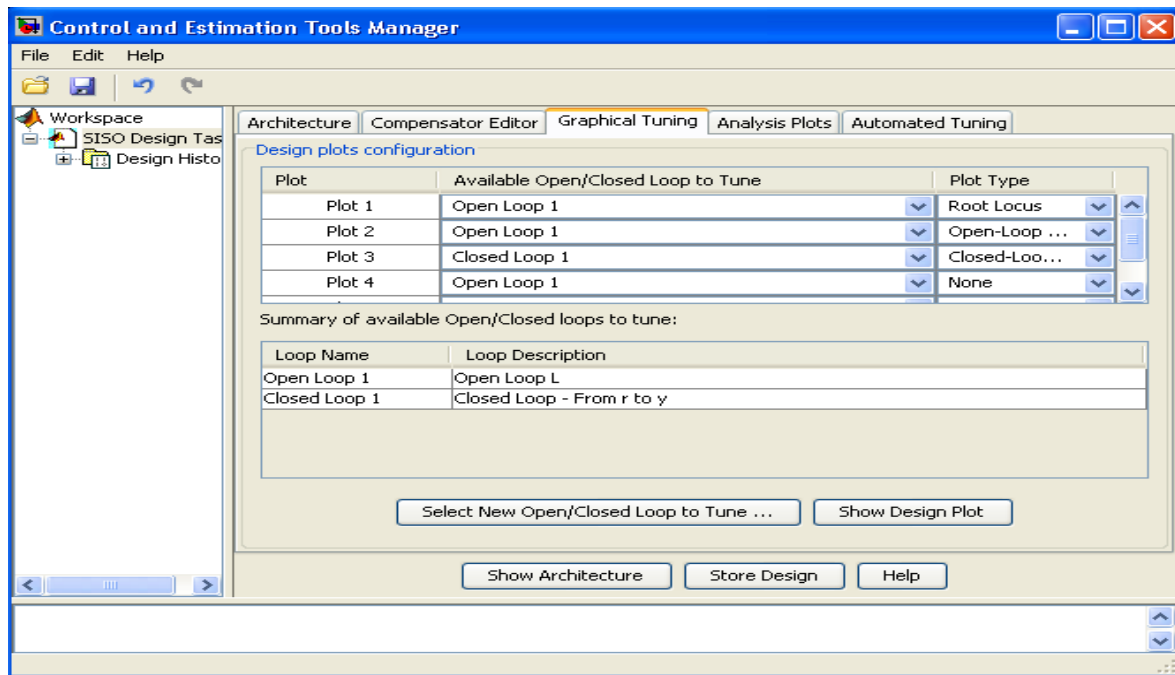


شکل ۱۲. پنل مربوط به جبران‌ساز

در قسمت بالای پنل جبران ساز می‌توان کنترل کننده (C یا F) را مشخص کرد و بهره را برای آن تعریف کرد. در این قسمت همچنین تابع تبدیل کنترلی نیز نشان داده می‌شود. در قسمت Dynamics می‌توان صفر و قطب به کنترلر اضافه کرد و در قسمت Edit selected Dynamics می‌توان مکان صفر و قطب را تنظیم کرد. در قسمت پایین این پنل ۳ گزینه‌ی Show Architecture، برای مشاهده سیستم کنترلی؛ Store Design، برای ذخیره سازی کنترلر و Help موجود می‌باشد.

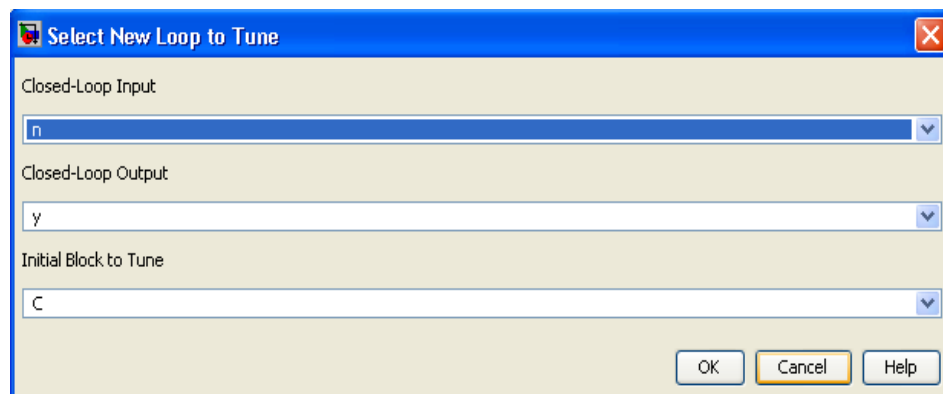
:Graphical Tuning

با کلیک بر روی پنل Graphical Tuning شکل ۱۳ مشاهده می‌شود. در این قسمت می‌توان برای سیستم کنترلی نمودارهای مکان هندسه ریشه‌ها و نیکولز را برای سیستم حلقه باز و نمودار بود را برای هر دو سیستم حلقه باز و حلقه بسته رسم کرد. در قسمت بالای این صفحه می‌توان نمودارهای مختلف برای رسم را مشخص کرد. در قسمت پایین این صفحه نیز سیستم‌های حلقه باز و حلقه بسته مربوط به مدل کنترلی مشاهده می‌شود. برای تعریف سیستم‌های حلقه باز و حلقه بسته دیگر برای ساختار کنترلی موجود می‌توان بر روی گزینه‌ی Select New Loops to tune کلیک کرد.



شکل ۱۳. قسمت Graphical Tuning

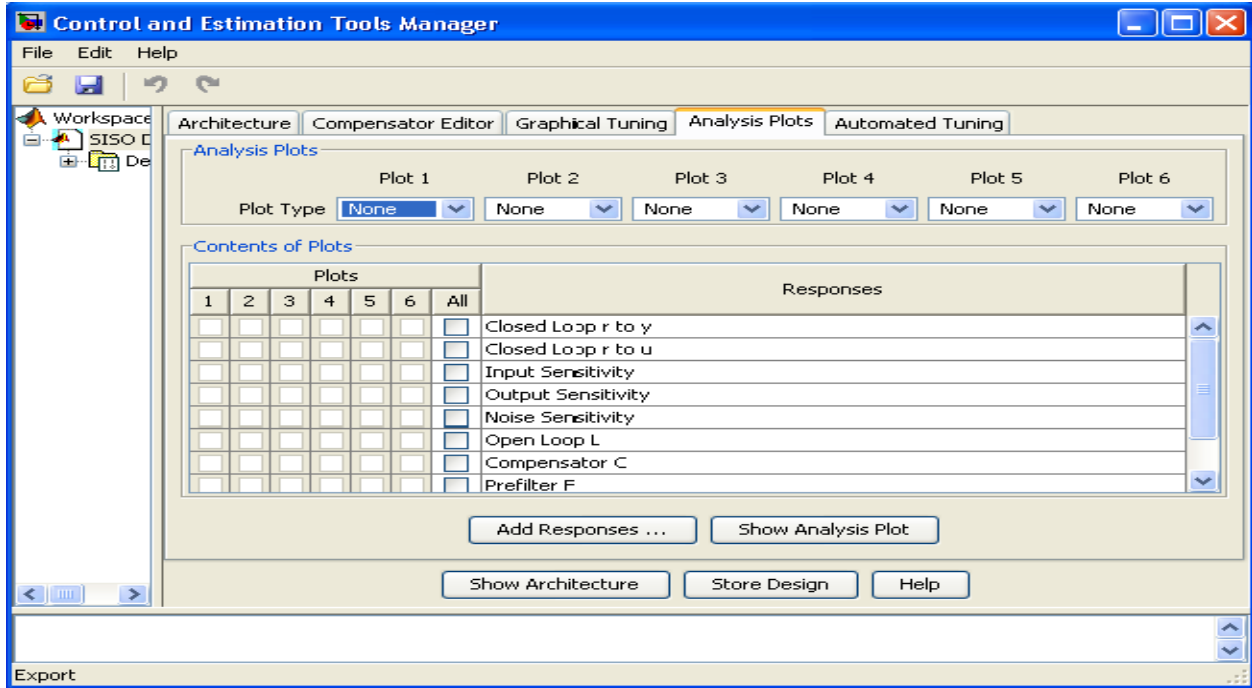
با کلیک بر روی گزینه‌ی “Select New Loops to tune” پنجره زیر باز می‌شود (شکل ۱۴) که در این پنجره می‌توان سیستم‌های کنترلی حلقه بسته با توجه به ساختار اصلی سیستم کنترلی تعیین کرد به عنوان مثال فرض کنید می‌خواهیم تابع تبدیل حلقه بسته از ورودی نویز به خروجی سیستم را داشته باشیم بدین منظور در قسمت closed Loop input ورودی را نویز (n) مشخص می‌کنیم و در قسمت closed Loop output خروجی را خروجی اصلی سیستم (y) در نظر می‌گیریم و سپس برای ساختارهایی که شامل چند کنترلر می‌باشند مشخص می‌کنیم که با کدام کنترلر می‌خواهیم فرآیند تنظیم را انجام دهیم. سپس در بخش Initial blocks to tune کنترلر مورد نظر را بر می‌گزینیم.



شکل ۱۴. تعریف سیستم حلقه بسته از ورودی n به خروجی y

: Analysis Plot

با کلیک بر روی پنل “Analysis plot” پنجره زیر باز می‌شود:



شکل ۱۵. پنجره Analysis Plot

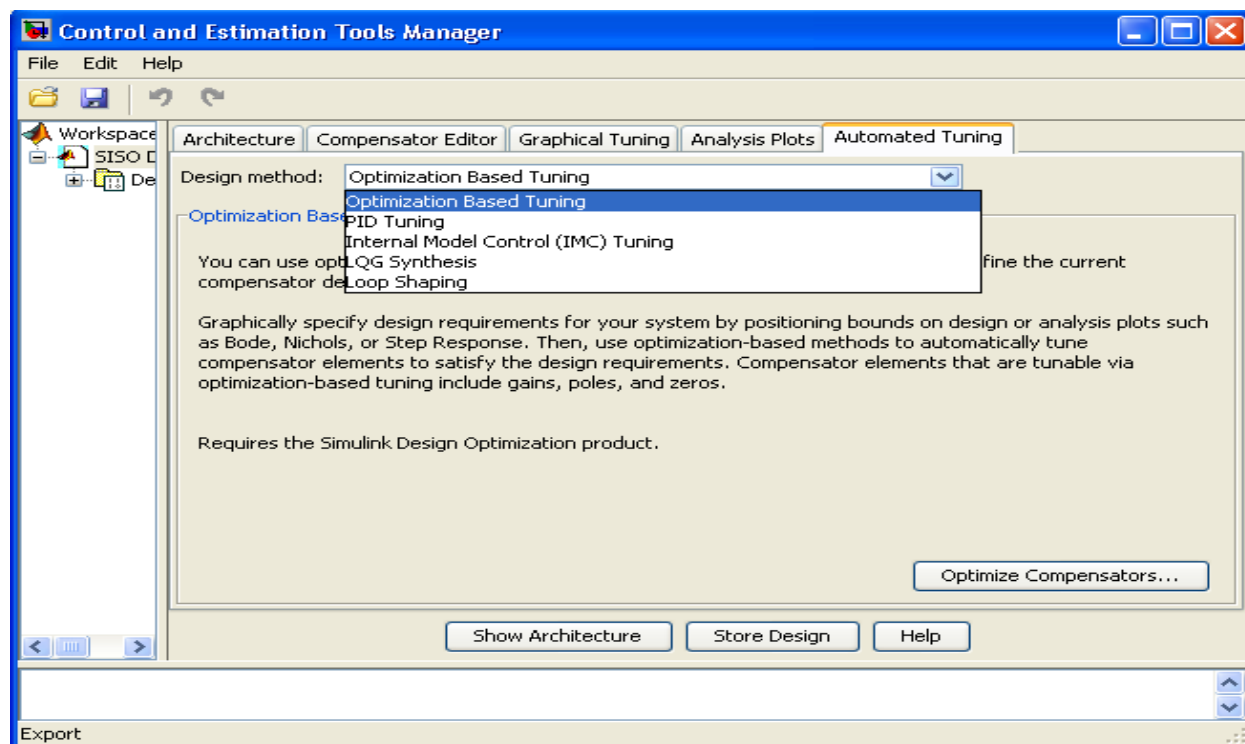
در یک پنجره LTI Viewer تا ۶ نمودار را به صورت همزمان می‌توان رسم کرد. به عنوان مثال فرض کنید می‌خواهید نمودار پاسخ پله سیستم حلقه بسته را مشاهده کنید. برای این منظور برای کشیدن یک نمودار ابتدا در قسمت بالای این پنجره نمودارهایی که برای رسم مدنظر می‌باشد را مشخص کنید در قسمت "Plot1" نمودار "step" را مشخص کنید و سپس در قسمت "Contents of Plots" در ستون یک در مقابل ردیف سیستم حلقه بسته از ورودی r به خروجی y کلیک کنید. برای تعریف سیستم‌های حلقه بسته دیگر می‌توان بر روی گزینه "Add Responses" کلیک کرد.

: Automated Tuning

در این قسمت می‌توان روشی برای تنظیم خودکار جبران‌ساز استفاده نمود. که می‌توان به الگوریتم‌های زیر اشاره کرد:

- **Optimization-Based Tuning**: در این قسمت پارامترهای جبران‌ساز را با توجه به محدودیت‌های بیان شده در قسمت "Graphical Tuning" و "Analysis Plot" بهینه می‌کند.
- **PID Tuning**: در این قسمت پارامترهای کنترلر PID را با روش‌های متفاوتی چون "Robust response time" و "Parameter Search" پیدا می‌کند.
- **Internal Model Control(IMC) Tuning**

- **LQG Synthesis**: در این قسمت کنترلر LQG^1 را طراحی می‌کند.
- **Loop Shaping**: در این قسمت یک کنترلر پایدار ساز مرتبه کامل با توجه به شکل یا پهنای باند حلقه باز مطلوب طراحی می‌کند.



شکل ۱۶. پنجره مربوط به طراحی خودکار کنترلر

¹ Linear-Quadratic-Gaussian

مراجع:

- [۱] کاتسو هیکو اگاتا "مهندسی کنترل" محمود دیانی. انتشارات نص.
- [2] N. S. Nise, *Control Systems Engineering*, Fifth Edition, Wiley, John & Sons Inc, 2008.
- [3] B. C. Kuo and F. Golnaraghi, *Automatic Control Systems*, Ninth Edition, Wiley, John & Sons Inc, 2010.
- [4] K. J. Astrom and T. Hagglund, *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*, Second Edition, 1995.
- [5] K. Ogata, *System Dynamics*, Fourth Edition, Pearson Prentice Hall, 2004.
- [6] J. J. D'Azzo, C. H. Houpis, and S. N. Sheldon, *Linear Control System Analysis and Design with Matlab*, Fifth Edition, Marcel Dekker Inc, 2003.
- [7] B. C. Kuo and D. C. Hanselman, *MATLAB Tools for Control System Analysis and Design*, Prentice Hall Inc, 1994.
- [8] N. Sadati, A. Aflaki, and M. Jahed, "Multivariable Anesthesia Control Using Reinforcement Learning," IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics, Taipei, Taiwan, October 8-11, 2006.
- [9] "Aircraft Pitch Motion" Available at <http://www.nasa.gov/>
- [10] "Michigan engineering, college of engineering, control laboratory" Available at <http://www.engin.umich.edu/>
- [11] R. T. Schneider, "Pneumatic Robots Continue to Improve," Conference on Hydraulics & Pneumatics, October 1992
- [12] A. Bittar, and R. M. Sales, "H2 and H2 Control for MagLev Vehicles," IEEE *Control Systems*, vol. 18, no. 4, August 1998, pp. 18-25.